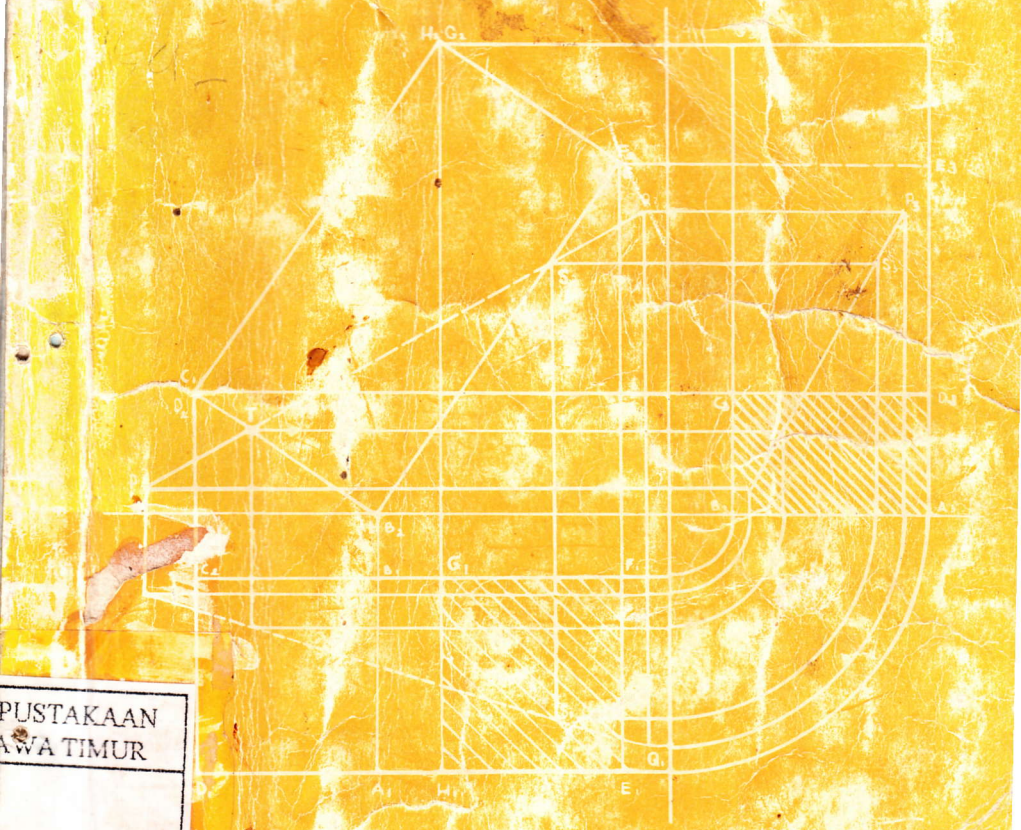
PRO

KARDUN :

ILMU PROYEKSI

Untuk Sekolah Teknik



PUSTAKAAN
AWA TIMUR

PRADNYA PARAMITA
Pustaka teknologi dan niaga

LMU PROYEKSI

PERBAIKAN
BUKU RUSAK
TH. 1997/1998

Untuk Sekolah Teknik

Proyek Pengembangan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1983 1984

Oleh :
KARDUN

LUNAS

Cetakan keenam

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEPDIKBUD
Jl. Walikota Mustajab 68
SURABAYA

PT PRADNYA PARAMITA
JAKARTA

12-21-

38.358/P/Pw/85

Proyek Pengembangan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1983 / 1984

Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEPDIKBUD
Jl. Walikota Mustajab 56
SURABAYA

KATA PENGANTAR

Mengingat sangat pentingnya pengetahuan ilmu proyeksi yang harus dimiliki oleh kaum teknik pada umumnya dan para pelajar teknik pada khususnya, dan mengingat pula perkembangan pendidikan teknik yang makin hari makin menjadi perhatian masyarakat pada dewasa ini, dimana masyarakat sekarang telah dapat menginsyafkan dirinya betapa penting dan bernilainya pendidikan Teknik dinegeri kita ini, maka sangatlah menjadi dorongan bagi penulis buku ini untuk membuat penyusunan buku proyeksi semacam ini. Adapun maksud penulis menyusun buku ini, hanyalah untuk lebih melengkapkan buku-buku yang sekarang telah ada.

Dengan sendirinya buku ini masih jauh mendekati kesempurnaannya, maka kritik dari siapapun juga sangat penulis harapkan sepenuhnya.

Kemudian dengan tidak mengurangi nilai dan pentingnya buku-buku proyeksi lainnya, sangat penulis harapkan semoga isi dari buku ini dapat diambil manfaat nya juga.

Selanjutnya atas sambutan dan beberapa petunjuk dari Bapak Parjiman Sosroseputro, Pemegang pimpinan I.D.P.T. di Yogyakarta, tidak lupa ucapan banyak-banyak terima kasih kami sampaikan kehadapannya.

1 Oktober 1962.

Penyusun: *KARDUN*

KATA – PENGANTAR
untuk cetakan ke - II

Dengan cetakan ke-II ini, pemakaian huruf dan penulisan kata telah disesuaikan dengan ejaan yang disempurnakan. Tidak terlupakan pula beberapa kekeliruan kecil yang terdapat dalam buku cetakan ke-I, telah dibetulkan dalam buku cetakan ke-II ini.

Semoga dengan itu, buku ini makin bermanfaat dan tetap bermanfaat bagi para Pemakainya.

Penyusun.
Kardun

Kata sambutan.

Sejak negara kita menjadi Negara Merdeka usaha ke arah kesempurnaan pendidikan teknik telah dimulai, maka instansi-instansi pendidikan teknik baik di pusat maupun di daerah-daerah selalu berusaha ke arah itu.

Kepada para petugas teristimewa para guru teknik dianjur-anjurkan untuk mengarang/menyusun buku-buku yang bersangkut paut dengan pendidikan teknik yang diperlukan untuk mengajar sehari-hari di sekolah-sekolah teknik.

Menggambar ilmu proyeksi merupakan pengetahuan yang harus dimiliki oleh orang teknik. Kami yakin bahwa para siswa di sekolah-sekolah teknik sangat memerlukan buku-buku untuk mempelajari hal menggambar ilmu proyeksi. Guru-guru yang mengajar mata pelajaran itu akan memerlukan pula buku-buku semacam itu untuk koleksi buku-buku pegangannya/memperkaya perpustakaannya dan kemungkinan membantu mempersingkat jangka waktunya untuk menyelesaikan rencana pelajaran, hingga waktu kelebihannya dapat untuk digunakan, untuk mengulang/memperdalam hal-hal yang dianggapnya sangat penting.

Dengan tersusunnya buku-buku menggambar ilmu proyeksi oleh guru yang cukup pengalamannya dalam hal mengajar menggambar ilmu proyeksi, kami merasa bangga dan menyatakan penghargaan kepada pengarang/penyusun buku ini.

Buku-buku yang disusun secara rapi, isinya cukup untuk para siswa sekolah teknik.

Yogyakarta, 15 Agustus 1962

Pardjimin Sosroseputro
Pimpinan Inspeksi Daerah
Pendidikan Teknik di Yogyakarta.

BERITA PENERBIT
pada cetakan ke enam

Isi cetakan ini sama dengan cetakan sebelumnya.

Jakarta, September 1985

PT Pradnya Paramita
Anggota IKAPI

ISI BUKU

BAB	HAL	HALAMAN
1.	Pendahuluan	7
II	Bidang proyeksi dan gunanya	7
III	Proyeksi titik	8
IV	Proyeksi garis	12
V	Bidang datar dalam ruang proyeksi	17
VI	Kemungkinan letak bidang terhadap bidang proyeksi	18
VII	Proyeksi bidang berbangun	21
VIII	Penggulingan/pemutaran bidang	25
IX	Mencari ukuran sebenarnya	33
X	Proyeksi benda dan bentangannya	38

JILID II

XI	Penggulingan benda	49
XII	Penggulingan dengan arah penggulingan serong	54
XIII	Irisan (potongan)	61
XIV	Tembusan	85
XV	Proyeksi cara Amerika	97

JILID I

BAB I

Pendahuluan

ILMU PROYEKSI

Dalam ilmu proyeksi ini, kita mempelajari cara-caranya menggambar titik-titik garis-garis, bidang-bidang ataupun benda-benda yang ada di dalam ruang.

Dengan gambar itu kita dapat mengetahui letak bentuk dan ukuran ukurannya. Karena itu dalam gambar teknik yang merupakan gambar kerja, yaitu gambar yang disiapkan untuk dikerjakan di dalam pekerjaan-pekerjaan perbengkelan, adalah sangat memerlukan pengetahuan ilmu proyeksi ini. Baik penampang sebelah dalam maupun sebelah luar dari segala macam bentuk benda yang kita gambar itu, dapat kita tunjukkan ukuran-ukuran sebenarnya pada gambar. Gambar yang akan kita bicarakan nanti adalah titik-titik, garis-garis, bidang-bidang maupun benda-benda yang kita gambar dalam berbagai arah pandangan pada bidang datar. Bidang datar ini adalah bidang yang untuk menggambar proyeksi, dan disebut bidang proyeksi.

Proyeksi dapat kita kerjakan dalam dua cara, ialah cara **Eropa** dan cara **Amerika.**

Di sini akan dibicarakan terelebih dulu menurut cara Eropa, karena cara ini lebih mudah dapat dipahami oleh murid. Sedang cara Amerika akan kita bicarakan sesudah cukup pembicaraan kita tentang ilmu proyeksi secara Eropa.

BAB II

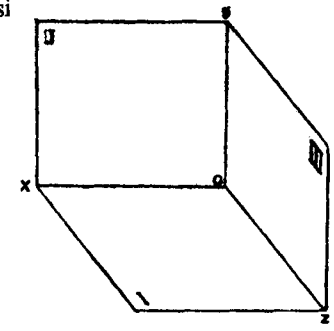
Bidang proyeksi dan gunanya.

BIDANG–BIDANG PROYEKSI

Untuk menggambarkan benda-benda atau penampang-penampang benda dari beberapa pandangan, kita mempergunakan bidang-bidang datar yang disebut bidang proyeksi. Dalam ilmu proyeksi yang kita bicarakan ini (cara Eropa), biasanya kita memakai dua atau tiga bidang proyeksi

Bidang-bidang itu adalah :

1) Bidang mendatar, disebut bidang proyeksi I.
2) Bidang yang tegak lurus bidang proyeksi I, ialah bidang proyeksi II
3) Bidang yang tegak lurus bidang proyeksi I dan juga tegak lurus bidang proyeksi II, disebut bidang proyeksi III (Lihat gambat 1)



Gb. 1

Untuk selanjutnya bidang-bidang proyeksi I, bidang proyeksi II dan bidang proyeksi III itu kita sebut saja bidang I, bidang II dan bidang III.

Ketiga bidang itu membentuk suatu ruangan yang di dalamnya terletak titik-titik, (garis-garis bidang-bidang atau benda-benda yang akan kita gambarkan dari beberapa arah pandangan kita cari proyeksinya) ke bidang-bidang proyeksi itu.

Bidang I, II dan III itu satu dengan lainnya berpotongan pada suatu garis (garis potong). Garis potong ini disebut sumbu-sumbu proyeksi; yaitu:

1). Sumbu O – X, ialah perpotongan antara bidang I dan II
2). Sumbu O – Y, ialah perpotongan antara bidang II dan III
3). Sumbu O – Z, ialah perpotongan antara bidang I dan III

Titik O, adalah titik pertemuan dari ketiga bidang I, II dan III itu dan merupakan pusatnya. Pusat O ini, selanjutnya dinamakan titik salib atau silang sumbu.

GUNANYA BIDANG PROYEKSI

Bidang-bidang proyeksi (I, II, dan III) itu dipakai untuk memproyeksikan sesuatu benda yang terletak di dalam ruang yang dibatasi oleh ketiganya itu, ke-3 arah pandangan, yaitu :

1). Pandangan dari atas, proyeksinya digambarkan pada bidang I
2). Pandangan dari depan (muka), proyeksinya digambarkan pada bidang II
3). Pandangan dari samping kiri, proyeksinya digambarkan pada bidang III.

Semua arah pandangan tersebut di atas adalah pandangan tegak lurus (I) dari benda yang akan dicari proyeksinya, ke arah bidang-bidang proyeksi.

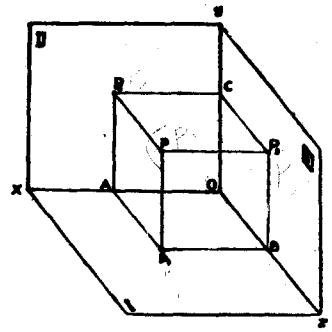
B A B III

Proyeksi titik

Misalnya ada sebuah titik P, terletak dalam ruangan yang dibatasi oleh ketiga bidang proyeksi itu, dan akan kita cari proyeksinya; maka dapat kita kerjakan sebagai berikut (lihat gambar 2).

Pada titik P pada bidang I ialah P_1 yang didapat dengan menarik garis dari P tegak lurus ke bidang I. Proyeksi P pada bidang II ialah P_2 yang didapat dengan menarik garis dari P tegak lurus, ke bidang II, dan P_3 adalah proyeksi titik P pada bidang III, yang diperoleh dengan menarik garis tegak lurus dari P ke bidang III.

Garis-garis yang ditarik dari titik P tegak lurus kebidang-bidang proyeksi itu tadi disebut garis yang memproyeksikan



Gb. 2

atau garis pemroyek (= garis proyektor), sedang P_1, P_2, dan P_3 disebut hasil proyeksi dari titik P, pada bidang-bidang proyeksi (I, II dan III).

Titik P adalah titik yang dicari proyeksinya

lurus ke bidang-bidang proyeksi itu, maka ternyatalah bahwa:

Dari pekerjaan kita tadi, yaitu garis proyektor yang kita tarik dari P tegak lurus ke bidang-bidang proyeksi itu, maka ternyatlah bahwa:

P P_1 / sumbu O Y dan ⊥ sumbu O X dan O Z
P P_2 / sumbu O Z dan ⊥ sumbu O X dan O Y
P P_3 / sumbu O X dan ⊥ sumbu O Y dan O Z

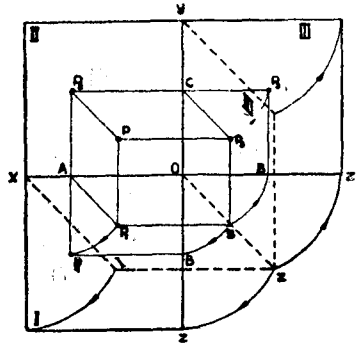
Kalau dari P_1, P_2 dan P_3 kita tarik garis-garis yang tegak lurus sumbu-sumbu O – Z dan C pada sumbu O – Y. Dan dari gambar-gambar itu dapat kita lihat bahwa :

O C = P_1 P, adalah jarak titik P dari bidang I
O B = P_2 P, adalah jarak titik P dari bidang II
O A = P_3 P, adalah jarak titik P dari bidang III.

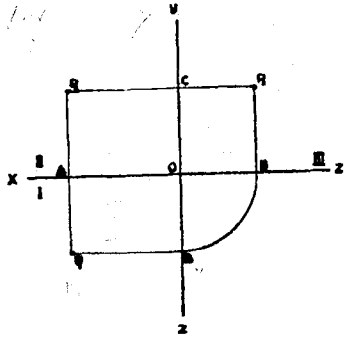
Tetapi apakah gambar-gambar tersebut sudah menunjukkan bentuk dan ukuran sebenarnya? Jawabnya adalah belum.

Gambar-gambar itu adalah gambar perspektip, sehingga untuk benda-benda yang sukar bentuknya, tidak dapat mudah digambar dan sulit dibacanya, dan memang bukan gambar yang demikian itu yang kita maksudkan dalam ilmu proyeksi.

Kita harus membuat gambar pada sebuah dataran. Jadi bidang-bidang proyeksi (I, II dan III) dalam gambar 2 itu harus kita bentangkan menjadi satu bidang datar, yaitu bidang I kita putar ke bawah pada sumbu O X, bidang III kita putar ke kanan pada sumbu O Y sehingga keduanya menjadi satu dataran dengan bidang II. Setelah kita bentangkan, sumbu-sumbu O – X, O – Y, dan O – Z itu membentuk dua buah garis yang berpotongan tegak lurus. Yang mendatar kita sebut sumbu mendatar dan yang tegak lurus kita sebut sumbu tegak. Keduanya itulah yang kita sebut sumbu-sumbu proyeksi (lihat gambar 3). Dalam gambar 3 itu bidang proyeksi I dan III kita putarkan hingga bidang-bidang I, II dan III semuanya terletak dalam satu dataran.



Gb. 3



Gb. 4

Sesudah bidang-bidang proyeksi I, II dan III kita sedatarkan, ternyatalah garis-garis P_2 C dan P_3 C menjadi satu garis tegak lurus sumbu tegak. P_1A dan P_2A menjadi satu garis yang tegak lurus sumbu mendatar.

Adapun garis-garis P_1B dan P_3B tetap tegak lurus sumbu O–Z, tetapi terpisah melalui busur lingkaran. Garis-garis inilah yang menjadi garis proyektornya (garis yang memproyeksikan) itu. Dan garis ini harus kita tarik lebih tipis dari pada garis gambar. Dalam gambar 3 itu kelihatan bahwa P_2 dan P_3 jaraknya dari sumbu mendatar adalah sama, dan merupakan jarak P terhadap bidang I.

P_1 dan P_2 sama jauh jaraknya dari sumbu tegak, dan ini ialah jarak P dari bidang III. Sedang jarak titik P terhadap bidang II adalah O B.

Kemudian bandingkan gambar 2 dan 3; sudah itu lihatlah gambar. 4.

Dalam gambar 4 itu, kita hanya melihat proyeksi titik P itu saja, sedang P sendiri yang kita cari proyeksinya, tidak kita gambarkan lagi dan memang itulah ilmu yang kita pelajari ini.

Dengan demikian, cukuplah jelas kita dapat mengetahui letak dan kedudukan titik P itu di dalam ruang. Kalau yang kita gambar benda, maka dengan tiga gambar proyeksi itu kita dapat melihat bentuk serta ukuran-ukuran dari benda-nya. Sehingga kalau benda itu harus dibuat, seorang pelaksana dengan melihat gambar itu akan dapat mengerjakannya.

Selanjutnya, oleh karena bidang itu tak terbatas luasnya, maka pada gambar 4 bidang-bidang proyeksi itu tidak kita beri batas, dan cukuplah kita gambarkan kedua sumbunya saja (tegak dan mendatar) itu.

Jadi jarak suatu titik dari bidang-bidang proyeksi pada gambar proyeksi dapat kita ukurkan: jarak dari bidang I, kita ukurkan dari sumbu mendatar ke atas, jarak dari bidang II, kita ukurkan dari sumbu mendatar ke bawah dan dari sumbu tegak ke kanan, sedang dari sumbu tegak ke kiri, adalah jarak dari bidang III.

Jadi dalam gambar 4 itu :

$O C = A P_2 = B P_3$ – jarak titik P terhadap bidang I (dari sumbu mendatar ke atas).

$O B = A P_1 = C P_3$ – jarak titik P terhadap bidang II (dari sumbu mendatar ke bawah atau dari sumbu tegak ke kanan).

$O A = B P_1 = C P_2$ – jarak titik P terhadap bidang tiga (dari sumbu tegak ke kiri).

Sekarang dimanakah Proyeksi P pada bidang II dan III kalau P terletak pada bidang I? dan dimanakah Proyeksi P tersebut pada bidang I?

J a w a b :

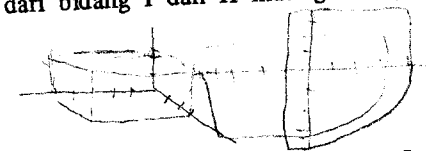
Pada bidang II, disumbu mendatar, dan jaraknya dari 0 sama dengan jarak P itu dari bidang III.

Pada bidang III, di sumbu mendatar, dan jaraknya dari 0 sama dengan jarak titik P itu dari bidang II, dan pada bidang I menurut jarak P itu dari bidang II dan III.

Selanjutnya dimanakah letak P_1 P_2 dan P_3 kalau :

a) P pada bidang II berjarak 1 cm dari bidang I, dan berjarak 2 cm dari bidang III.

b) P pada bidang III, jaraknya dari bidang I dan II masing-masing 2 dan 3.

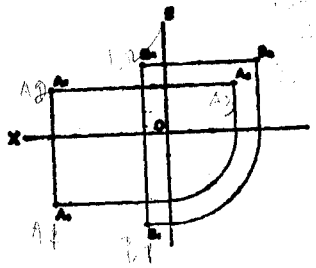


Pertanyaan ini harap dijawab sendiri.

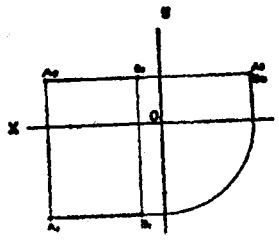
C o n t o h:

1) Sebuah titik A, berjarak dari bidang I, II dan III, masing-masing 2, 3 dan 5 cm. Sebuah titik lagi B, jaraknya dari bidang I, II dan III, masing-masing 3, 4 dan 1 cm.
Carilah proyeksi titik A dan B itu bersama-sama dalam satu gambaran.
Jawab,
Jawab, lihat gambar 5.

2) Sebuah titik A, berjarak dari bidang I, II dan III masing-masing 2, 4 dan 5 cm Sebuah titik B, jaraknya dari bidang I, II dan III masing-masing 2, 4 dan 1 cm. Carilah proyeksinya titik A dan B itu bersama-sama dalam satu gambar (pada bidang proyeksi yang sama).
Jawab, lihat gambar 6.



Gb. 5



Gb. 6

Dari kedua contoh tersebut di atas, kalau proyeksi titik A dan B pada bidang I, II dan III itu kita hubung-hubungkan, yaitu proyeksi di bidang I: A_1 dan B_1 dihubungkan, proyeksi di bidang II: A_2 dan B_2 dihubungkan, proyeksi di bidang III: A_3 dan B_3 dihubungkan akan kita peroleh proyeksi garis, ialah proyeksi garis A B (garis lurus).

Perhatikan gambar 6.

Setelah kita hubungkan proyeksi titik A dan B pada tiap-tiap bidang proyeksi, kita peroleh proyeksi sebuah garis, yaitu garis A B itu bukan? Nah, marilah kita perhatikan proyeksinya pada bidang I, II dan III.

bidang I berupa garis yang sejajar sumbu mendatar, dan tentu saja tegak lurus sumbu tegak. Ini berarti garis A B sejajar bidang II dan tegak lurus bidang III.

Di bidang II, berupa garis yang sejajar sumbu mendatar, tentu pula tegak lurus sumbu tegak. Ini menandakan garis A B sejajar bidang I dan tegak lurus bidang III.

Hal itu sebetulnya dapat kita ketahui sebelum kita buat gambarnya yaitu dari ketentuan letaknya titik A dan B itu terhadap bidang-bidang proyeksinya.

Terhadap bidang I :

A berjarak 2 cm, B berjarak 2 cm juga. Karena A dan B jaraknya sama terhadap bidang I, maka garis A B / bidang I.

Terhadap bidang II:

A berjarak 4 cm, B berjarak 4 cm juga. Karena jarak terhadap bidang II sama maka garis A B / bidang II.

Terhadap bidang III :

Karena garis A B sejajar bidang I dan II, maka tentu tegak lurus bidang III.

Di bidang III, proyeksinya A dan B itu akan menjadi satu titik, sehingga proyeksi garis A B pada bidang III berupa titik.

Kalau proyeksi A B di bidang I (A_1 B_1) dan proyeksi A B di bidang II (A_2 B_2) pada gambar 6 itu kita ukur, maka panjangnya sama dan ini sama dengan garis A B yang kita cari proyeksinya itu.

Jadi: $A_1B_1 = A_2B_2 = A\,B$ – Apa sebabnya?

B A B IV

Proyeksi garis lurus

Seperti telah kita singgung-singgung pada bab III mengenai gambar 6, maka kalau kita memproyeksikan garis A B sama halnya kita memproyeksikan titik ujung A dan B itu ke bidang-bidang proyeksi. Sesudah proyeksi A pada bidang I, II dan III (A_1, A_2 dan A_3) serta proyeksi B di bidang I, II dan III (B_1, B_2 dan B_3) diketemukan, lalu A_1 dan B_1 A_2 dan B_2 A_3 dan B_3 kita hubungkan, kita dapatlah proyeksi garis A B itu. (lihat juga gambar 5).

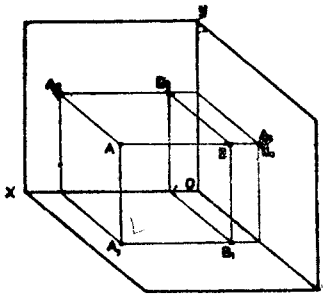
Kalau dalam gambar 5 itu A_1 dan B_1, A_2 dan B_2 A_3 dan B_3 masing-masing kita hubungkan, kita peroleh proyeksi garis A B itu.

Dalam mencari proyeksi garis, perlulah kita perhatikan hal-hal sebagai berikut:

1) Proyeksi sebuah garis lurus, berupa garis lurus juga, kecuali kalau garis itu tegak lurus bidang; proyeksinya hanya berupa suatu titik.
2) Sebuah garis yang sejajar dengan bidang proyeksi, proyeksinya berupa garis yang sama panjang dengan garis yang diproyeksi (lihat BAB III paling akhir).

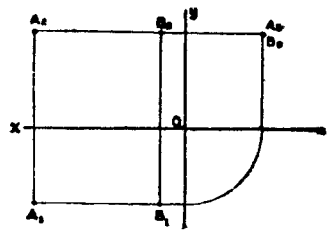
3) Sebuah garis yang miring (tidak sejajar dan tidak tegak lurus) terhadap bidang proyeksi, proyeksinya akan berupa garis yang lebih pendek dari pada garis yang dicari proyeksinya.
4) Kalau sebuah garis tegak lurus pada salah satu bidang proyeksi, tentu sejajar kedua bidang proyeksi lainnya. Jadi sejajar juga dengan sumbu kepunyaan kedua bidang itu (lihat gambar 6). Garis A B tegak lurus bidang III, maka sejajar dengan bidang I dan II.
   Sumbu kepunyaan bidang I dan II ialah O X. Jadi A B / O X maka proyeksinya sejajar pula dengan sumbu O X itu.
5) Sebuah garis yang terletak pada salah satu bidang proyeksi, maka proyeksinya pada kedua bidang lainnya akan terletak pada sumbu-sumbu proyeksi, sedang proyeksi pada bidang yang dilekati akan menjadi satu dengan garisnya.

Lihatlah contoh-contoh dibawah ini (gambar 7 dan gambar 8).



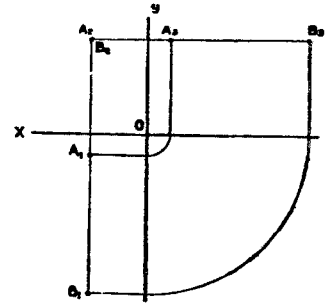
Gb. 7a.

Garis A B ⊥ bidang III



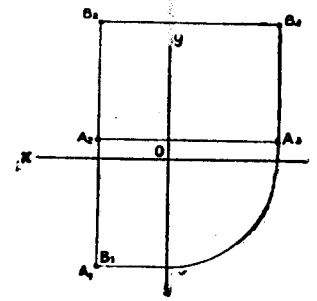
Gb. 7b.

Garis A B ⊥ bidang II



Gb. 7c.

Garis A B ⊥ bidang I



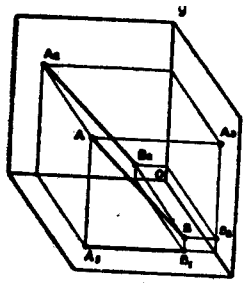
Gb. 7d.

Gambar 7a, ialah gambar menurut ukur ruang, dan letak garis A B di dalam ruang, tegak lurus bidang III. Adapun proyeksinya diperlihatkan pada gambar 7b.

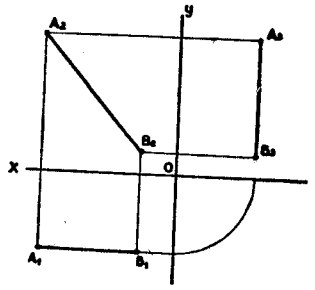
Gambar 7c, ialah proyeksi garis A B yang tegak lurus bidang II.
Gambar 7d, ialah proyeksi garis A B yang tegak lurus bidang I.

Dari gambar 7b s/d 7d ternyata bahwa proyeksi garis A B sejajar dengan sumbu-sumbu kepunyaan dua bidang yang sejajar dengan garis A B itu.

Garis A B // bidang II

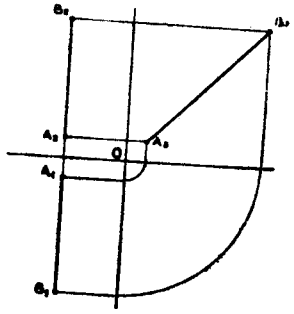


Gb. 8a.



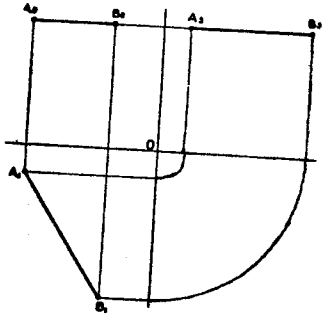
Gb. 8b.

Garis A B // bidang III



Gb. 8c.

Garis A B // bidang I



Gb. 8d.

Gambar 8a, ialah gambar menurut ukur ruang, dan letaknya A B di dalam ruang, membuat sudut terhadap bidang I dan III, tetapi sejajar bidang II. Adapun proyeksinya ditunjukkan pada gambar 8b.

Gambar 8c, garis A B membentuk sudut terhadap bidang I dan II, tetapi sejajar bidang III.

Gambar 8d, garis A B membentuk sudut terhadap bidang II dan III tetapi sejajar bidang I.

Dari gambar 8b s/d gambar 8d itu, dibidang manakah proyeksinya sama panjang dengan garis A B yang dicari proyeksinya itu?

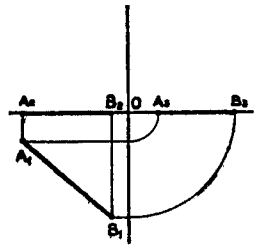
Jawabnya ialah :

Pada gambar 8b, di bidang II
Pada gambar 8c, di bidang III
Pada gambar 8d, di bidang I

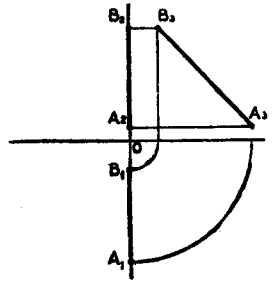
Sebab apakah demikian itu? Karena garisnya sejajar dengan bidang-bidang tersebut

Selanjutnya lihatlah gambar 9.

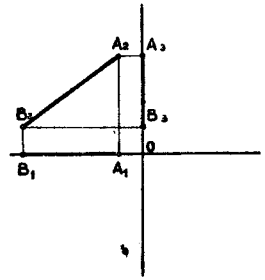
AB melekat pada bid. I AB melekat pada bid. III AB melekat pada bid. II



Gb. 9a.



Gb. 9c.



Gb. 9b.

Gambar 9 itu menunjukkan proyeksi garis yang terletak pada salah satu bidang proyeksi.

Gambar 9a, garis A B terletak pada bidang I maka proyeksinya di bidang II dan III pada sumbu mendatar; yaitu proyeksi II pada sumbu O X, proyeksi III, pada sumbu O Z.

Gambar 9b, garis A B terletak pada bidang II, maka proyeksinya di bidang I dan III terletak pada sumbu mendatar dan sumbu tegak; yaitu proyeksi I pada sumbu O X, proyeksi III di sumbu O Y.

Gambar 9c, garis A B terletak pada bidang III, maka proyeksi I dan II terletak pada sumbu tegak; yaitu proyeksi I pada sumbu O Z di bawah O Proyeksi II pada sumbu O Y.

Pertanyaan dan soal-soal.

1) Ada berapa arah pandangankah untuk membuat gambar proyeksi itu? Sebutkan masing-masing.
2) Apakah garis pemroyek itu?
3) Sebuah titik, proyeksinya dibidang II dan III pada sumbu mendatar. Dimanakah letak titik itu?
4) P_2 letaknya pada sumbu O X. Dimanakah titik P itu terletak?
5) P_3 terletak pada sumbu O Y. Dimanakah terletaknya titik P?

6) Sebuah titik P jaraknya dari bidang I, II dan III, masing-masing 2, 3 dan 5 cm. Carilah proyeksinya.
7) Sebuah titik P, jaraknya dari bidang I, II dan III masing-masing O, 4 dan 6 cm. Carilah ketiga proyeksinya.
8) Titik A jaraknya 1, 4 dan 5 cm, masing-masing dari bidang I, II dan III. Sebuah titik lagi B jaraknya 5, 4 dan 1 cm masing-masing dari bidang I, II dan III. Carilah proyeksi dari titik A dan B itu.
9) Sebuah titik jaraknya dari bidang I, II dan III berturut-turut O, O dan O cm. Dimanakah letak ketiga proyeksi dari titik itu?
10) Titik A, dari bidang I, II dan III jaraknya berturut-turut O, O dan 6 cm. Titik B jaraknya dari bidang I, II dan III masing-masing 2, 4 dan O cm. Carilah proyeksi kedua titik itu. Kemudian hubungkan A_1 dan B_1, A_2 dan B_2 serta A_3 dan B_3.
11) Sebuah garis P - Q panjangnya 5 cm, tegak lurus pada bidang III. Jaraknya dari bidang I dan II masing-masing 2 dan 3 cm. Carilah proyeksi garis P Q itu. Kalau jarak Q dari bidang III = 1 cm.
12) Sebuah garis P Q.
P jaraknya dari bidang I, II dan III, masing-masing 2, 4 dan 1 cm.
Q jaraknya dari bidang I, II dan III masing-masing 2, 4 dan 6 cm.
Carilah ketiga proyeksi garis P - Q itu. Sejajar bidang manakah garis P - Q itu? Dan berapakah panjang garis P - Q itu?
13) Garis A S, titik A berjarak 3, 2 dan 1 cm titik S berjarak 3, 2 dan 5 cm. Itu masing-masing dari bidang I, II dan III. Carilah proyeksi I, II dan III. Adakah proyeksinya yang sejajar dengan sumbu proyeksi?.
Dibidang manakah itu terdapat? Dan sebab apa demikian? Manakah proyeksinya yang sama panjang dengan garis yang diproyeksi? Sebab apa begitu?
14) Garis T.S,T. jaraknya dari bidang I, II dan III ialah O, O dan 1 cm. S jaraknya dari bidang I, II dan III 4, 5 dan 6 cm.
Carilah proyeksi garis itu.
15) Garis P - Q, P berjarak O, 2 dan 1 cm. Panjang garis itu 4½ cm, dan terletak sejajar bidang I, tetapi membuat sudut 30^0 terhadap bidang I. Titik Q terletak di sebelah kiri atas dari pada P. Carilah proyeksi garis P - Q itu.
16) Garis P Q sejajar bidang III dan berjarak 3 cm.
Jarak titik P dari bidang I dan II 2 dan 1 cm. Jarak titik Q dari bidang I dan II masing-masing 5 dan 6 cm.
Carilah proyeksi I, II dan III dan berapa panjangnya garis P Q itu.
17) Proyeksi sebuah garis sama panjangnya dengan garis yang diproyeksi kalau

Proyek Pengembangan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1983 / 1984

BAB V

Bidang datar dalam ruang proyeksi.

Seperti halnya juga bidang-bidang proyeksi yang tidak terbatas, maka bidang datar inipun tidak terbatas juga.

Tetapi dalam gambar proyeksi, kita ambil secukupnya saja dan menurut ukuran kertas gambar kita.

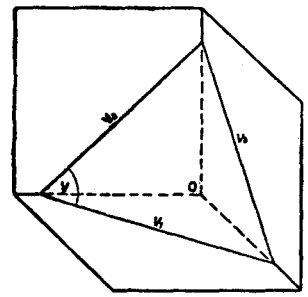
Selanjutnya kalau kita sebutkan bidang, maka untuk selanjutnya yang kita maksudkan ialah bidang datar.

Bidang itu sering diberi nama dengan V, W, M, L dan huruf-huruf lainnya lagi.

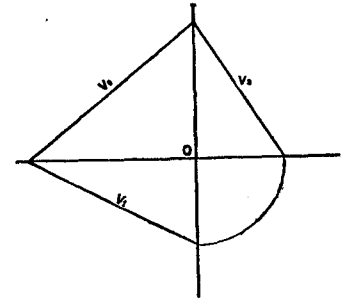
Sekarang. . . . . apakah yang kita dapat pada bidang-bidang proyeksi kalau ada sebuah bidang (misalnya bidang V) ada di dalam ruang? Sudah tentu ketiga bidang proyeksi itu akan terpotong semua, kecuali kalau bidang proyeksinya sejajar dengan bidang V itu Garis-garis potong (garis tembus) bidang V terhadap bidang-bidang proyeksinya itu berupa garis lurus dan garis tembus ini sering disebut **terusan.**

Terusan di bidang I, ialah V_1 terusan di bidang II ialah V_2 dan terusan ketiga ialah V_2. Terusan-terusan tersebut menunjukkan letaknya bidang V terhadap bidang proyeksi.

Letak bidang V sembarang



Gb. 10a.



Gb. 10b.

Dalam gambar ukur ruang (gambar 10d) terusan V_1, V_2, dan V_2 itu terlihat juga dana gambar 10b adalah gambar proyeksinya. Dalam gambar proyeksi kita tidak dapat menggambarkan bidang V itu sendiri, melainkan hanyalah terusan-terusannya saja dan dari terusan-terusan itulah kita mengetahui letak dan kedudukan dari bidang V itu terhadap bidang-bidang proyeksi.

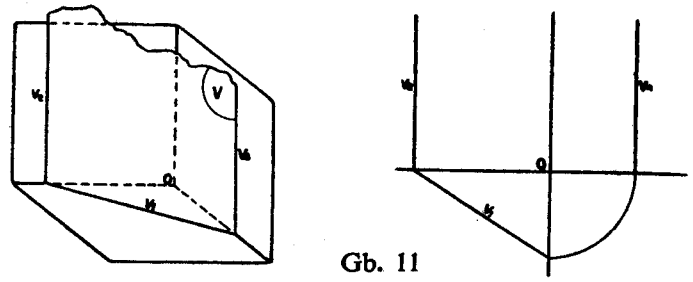
PERPUSTAKAAN WILAYAH DEPDIKBUD
Walikota Mustalah

BAB VI

Kemungkinan letaknya bidang terhadap bidang proyeksi.

1) Letaknya sembarang, maka ketiga bidang proyeksi tertembus dan ketiga garis tembusnya membuat sudut terhadap sumbu-sumbu proyeksi (lihat gambar 10b).
2) Letaknya tegak lurus pada salah satu bidang proyeksi dan terhadap bidang proyeksi lainnya sembarang. Maka ketiga bidang proyeksinya tertembus juga. Misalnya V bidang I, tetapi terhadap bidang II dan III sembarang, maka garis tembus pada II dan III sejajar dengan sumbu proyeksi milik II dan III (lihat gambar 11). Sudut yang dibuat oleh terusan pertama (V_1) terhadap sumbu O X dan sumbu O Z menunjukkan sudut yang dibentuk oleh bidang V itu terhadap bidang II dan III.

Bidang V ⊥ bidang I



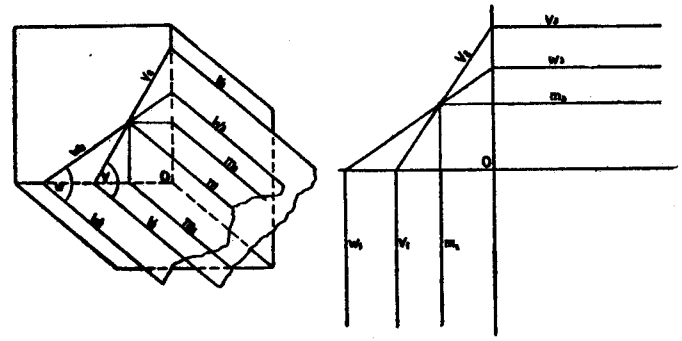
Gb. 11

Pada gambar 12, bidang V dan W masing-masing tegak lurus bidang II, terhadap bidang I dan III membuat sudut. Terusan pertama sejajar sumbu tegak, terusan ketiga sejajar sumbu mendatar dan terusan kedua membentuk sudut dengan sumbu tegak maupun sumbu mendatar.

Pada gambar 13, bidang V dan W masing-masing tegak lurus bidang III dan membuat sudut terhadap I dan II. Maka V_1 dan W_1 sejajar dengan sumbu O X. Demikian juga V_2 dan W_2 Sedang V_3 dan W_3 membuat sudut terhadap sumbu tegak dan sumbu mendatar.

3) Letaknya sejajar dengan salah satu bidang proyeksi, maka yang tertembus hanya kedua bidang proyeksi lainnya.
   a) Pada gambar 14, bidang V sejajar bidang I, maka yang tertembus hanya bidang II dan III, V_2 dan V_3 tegak lurus sumbu O Y.
   b) Pada gambar 15 bidang V sejajar bidang II, yang tertembus hanyalah bidang I dan III, V_1 dan V_3 tegak lurus sumbu O Z.
   c) Pada gambar 16 bidang V sejajar bidang III, yang terpotong hanyalah bidang I dan II; V_1 dan V_2 tegak lurus sumbu O X.

Bidang V dan W keduanja ⊥ bidang II



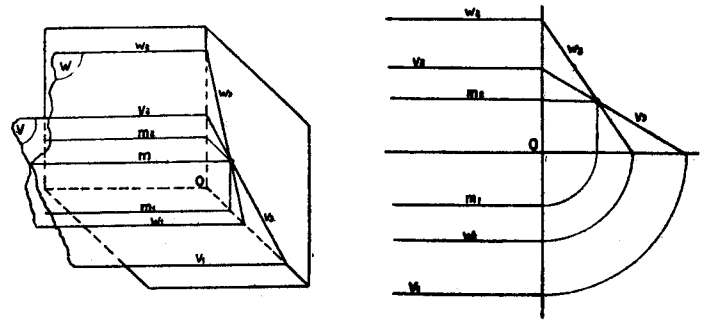
Gb. 12

Dalam gambar 11 s/d 16 itu selalu didampingi dengan gambar ukur ruangnya, yaitu waktu bidang proyeksinya belum dibentangkan (masih membentuk ruang). Selanjutnya untuk mengerjakan soal-soal nanti, tidak perlu gambar ukur ruangnya dibuat, tetapi cukuplah kalau kita membuat gambar proyeksinya saja.

Perhatian:

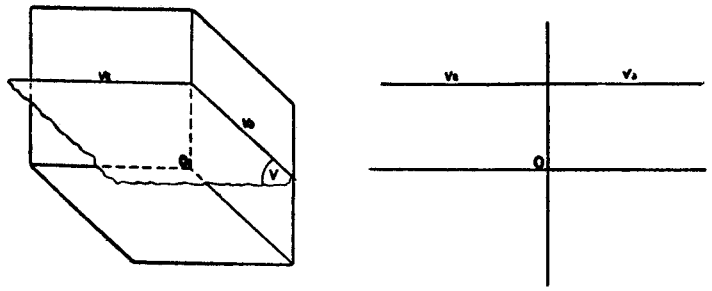
Pada gambar 12 dan 13, karena ada dua bidang (V dan W) dengan sikap yang berlainan, maka keduanya akan berpotongan menurut garis lurus, yaitu **m**. Perhatikan proyeksi **m** itu.

Bidang V dan W keduanja ⊥ bidang III



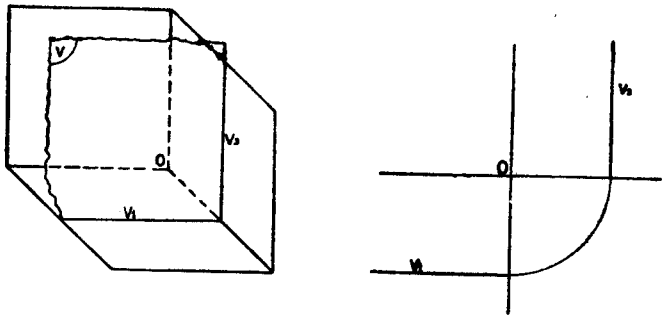
Gb. 13

Bidang V // bidang I



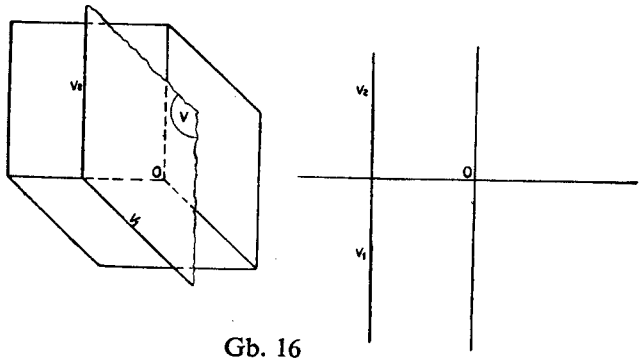
Gb. 14

Bidang V // bidang II



Gb. 15

Bidang V // bidang III



Gb. 16

Soal-soal

1) Carilah terusan I, II dan III dari sebuah bidang yang tegak lurus bidang I dan membuat sudut 30^0 terhadap bidang II.
2) Buatlah terusan I, II dan III dari sebuah bidang yang tegak lurus bidang III dan membuat sudut 45^0 terhadap bidang I.

3) Sebuah bidang sejajar bidang proyeksi I, dan berjarak 1 cm. Gambarkan terusan-terusannya pada ketiga bidang proyeksinya.
4) Sebuah bidang sejajar bidang III dan berjarak 2 cm dari bidang III itu. Carilah ketiga terusannya pada bidang-bidang proyeksi.
5) Bidang V sejajar bidang I dan berjarak 1½ cm, dan bidang W tegak lurus bidang II, membuat sudut 30^0 terhadap I menghadap ke kanan. Bidang W itu memotong sumbu O X pada jarak 4 cm dari titik salib. Carilah ketiga terusannya dari bidang V dan W itu, dan carilah juga garis potong antara bidang V dan W itu.
6) Bidang W sejajar bidang III dan berjarak 2 cm. Bidang V tegak lurus bidang II dan miring 45^0 terhadap bidang I membentuk sudut tersebut menghadap ke kanan. Bidang V itu memotong sumbu O - X pada jarak 3 cm di sebelah kiri salib sumbu.

   Buatlah ketiga terusan dari masing-masing bidang tersebut dan carilah garis potong antara bidang V dan W itu.

B A B VII

Proyeksi bidang-bidang berbangun.

Dalam hal ini, bidang-bidang berbangun seperti segi tiga, segi empat, segi lima, segi enam lingkaran, segi N dan sebagainya yang merupakan bangun beraturan, kita harus mengetahui lebih dulu caranya melukis.

Ini dapat kita pelajari dalam pelajaran konstruksi ilmu ukur, yang dalam pelajaran kita ini tidak diberikan. Maka diharapkan pembaca mempelajari dulu hal tersebut dalam buku konstruksi ilmu ukur.

Ini dimaksudkan untuk menyingkat waktu dalam pelajaran ilmu proyeksi kita ini.

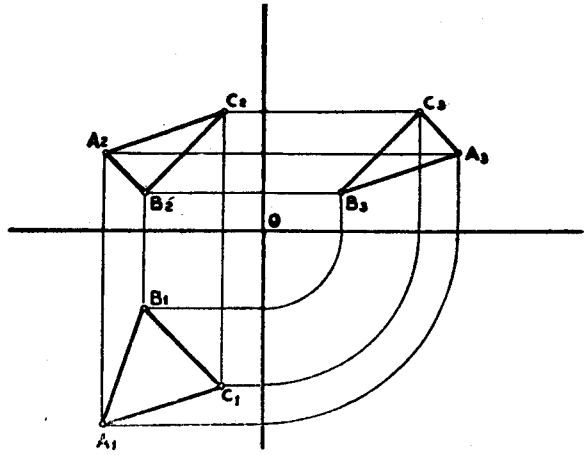
Proyeksi segi tiga.

Seperti halnya mencari proyeksi garis, dalam mencari proyeksi bidang segi tiga ini sama halnya kita mencari proyeksi 3 buah titik yang menjadi titik-titik sudut segi tiga itu. Sesudah proyeksi tiga buah titik itu pada tiap-tiap bidang proyeksi kita hubungkan, kita dapatlah proyeksi segi tiga itu.

C o n t o h:

A B C : A jaraknya dari bidang I, II dan III masing-masing 2, 5, dan 4 cm.
B jaraknya dari bidang I, II dan III masing-masing 1, 2 dan 3
C jaraknya dari bidang I, II dan III masing-masing 3, 4 dan 1 cm.
Carilah ketiga proyeksi △ A B C itu.

J a w a b : (lihat gambar 17).



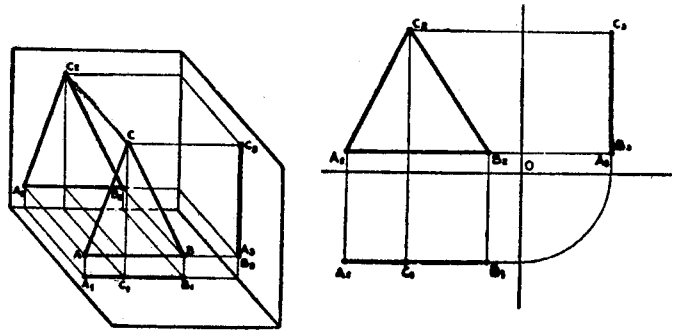
Gb. 17

Dalam contoh di atas itu, kita tentukan, letaknya △A B C itu sembarang terhadap bidang-bidang proyeksi (tidak sejajar dan tidak tegak lurus).

Lalu. . . . berupa apakah proyeksi segi tiga itu kalau bidang segi tiganya sejajar bidang proyeksi? Tentu berupa segi tiga juga yang sama dan sebangun (≡) dengan segi tiga yang diproyeksikan. Dalam bab V telah kita ketahui jika sebuah bidang // dengan salah satu bidang proyeksi, maka terhadap, bidang proyeksi lainnya tegak lurus.

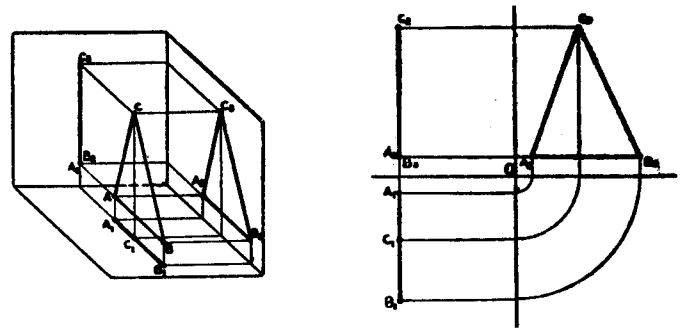
Berupa apakah proyeksinya sebuah bidang yang tegak lurus dengan bidang proyeksi? Tentu berupa garis (lihat gambar 18a s/d gambar 18c) yang masing-masing disisihi oleh gambar ukur ruangnya.

△ A B C // bidang II.



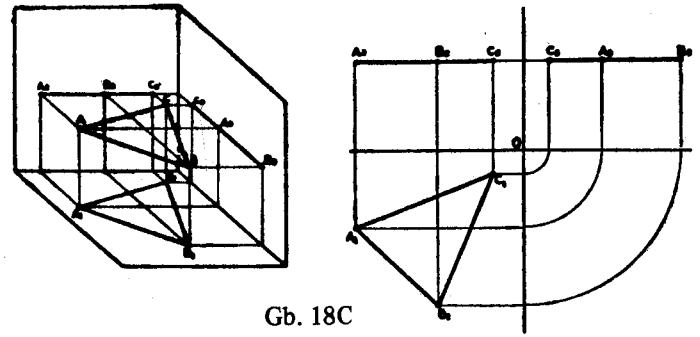
Gb. 18a.

△ A B C // bidang III



Gb. 18b.

△ A B C // bidang I



Gb. 18C

Dari itu dapat kita ambil ketegasan sebagai berikut :

1) Suatu bidang berbangun (segi 3, segi 4 segi 5, N dan sebagainya) yang sejajar dengan bidang proyeksi, proyeksinya berupa bidang itu juga yang sama dan sebangun dengan bidang yang diproyeksikan.
2) Suatu bidang berbangun apa saja yang tegak lurus bidang proyeksi, proyeksinya berupa garis.

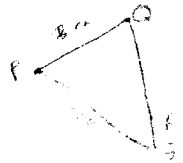
Pertanyaan dan soal-soal

1) Kapankah proyeksi sebuah bidang sama dan sebangun dengan bidang yang diproyeksikan.
2) Kapankah proyeksi sebuah bidang berupa garis?
3) Proyeksi sebuah segi tiga pada bidang I berupa garis, dan pada bidang II dan III berupa segi tiga juga. Bagaimanakah sikapnya segi tiga tersebut terhadap bidang proyeksinya?
4) Sebuah bidang, proyeksinya pada bidang I berupa bidang itu juga dan sama sebangun. Bagaimanakah letaknya bidang tersebut? Berupa apakah proyeksinya pada bidang II dan III?

5) Sebuah segi tiga A B C, A berjarak 2½ cm dari bidang I, berjarak 3 cm dari bidang II dan berjarak 1 cm dari bidang III.
B jaraknya dari bidang I, II dan III masing-masing 2, 4 dan 5 cm C jaraknya 6, ½ dan 4½ cm, masing-masing dari bidang I, II dan III. Carilah proyeksi I, II dan III.

6) A B C, alasnya A B sejajar dengan bidang I dan berjarak 1 cm. Jarak A dari bidang II dan III, masing-masing 2 dan 4 cm. jarak B dari bidang II dan III masing-masing 3 cm dan 6 cm.
Puncak C, jaraknya 6½ cm, 3½ cm dan 1½ cm, berturut-turut dari bidang I, II dan III.
Carilah ketiga proyeksinya.

7) Segi tiga A B C sejajar bidang II, dengan A B sejajar bidang I dan berjarak 1 cm. Jarak bidang tersebut dengan bidang II 3 cm B berjarak 1 cm dari bidang III, A disebelah kiri titik B.
Sisi-sisi segi tiga tersebut:
A B = 3 cm
B C = 4 cm
A C = 6 cm
Buatlah ketiga proyeksinya.



8) Carilah proyeksi II dan I kalau sudah ditentukan proyeksi segi tiga A B C pada bidang III dan A B C itu // bidang III, berjarak 3 cm.

9) Segi tiga P Q R. P Q = 3 cm. Q R = 5 cm dan P R = 7 cm.
Titik P terletak pada bidang I, dan jaraknya dari bidang II dan III masing-masing 2½ dan 5 cm P Q R // bidang II dengan P Q membentuk sudut 60° terhadap bidang I (Q di sebelah kanan P).
Carilah proyeksinya.

10) Segi tiga A B C sama kaki. Alasnya A B // bidang III dan Δ A B C itu // bidang II. Jarak alas dari bidang III 1½ cm, jarak Δ A B C dari bidang II 2½ cm. Tinggi Δ A B C = 4 cm. Carilah proyeksi I, II dan III.

11) Segi empat P Q R S, P berjarak 1, 5 dan 6 cm dari bidang-bidang I, II dan III.
Q jaraknya 1½, 5½ dan 1½ cm dari bidang-bidang I, II dan III.
R jaraknya 4½, 2 dan 1 cm masing-masing dari bidang I, II dan III.
Q jaraknya 4, 1 dan 5½ cm dari bidang I, II dan III.
Carilah proyeksi I, II dan III.

12) Bujur sangkar A B C D. sisinya 4 cm. Ada diatas bidang I, tetapi sejajar bidang III. A B sebagai alas sejajar bidang I dan berjarak 1 cm. Jarak bidang ini dari bidang III = 3 cm.
A berjarak 1 cm dari bidang II
B berjarak 5 cm dari bidang III
Carilah proyeksi I, II dan III.

13) Bujur sangkar A B C D, sisinya 4 cm. Sisi AB di bawah, berdiri tegak lurus pada bidang II dan terletak pada bidang I jarak A B dari bidang III = 5 cm. Bujur sangkar tersebut membentuk sudut 30^{0} terhadap bidang I, membuka ke kanan.
Carilah proyeksi I, II dan III.

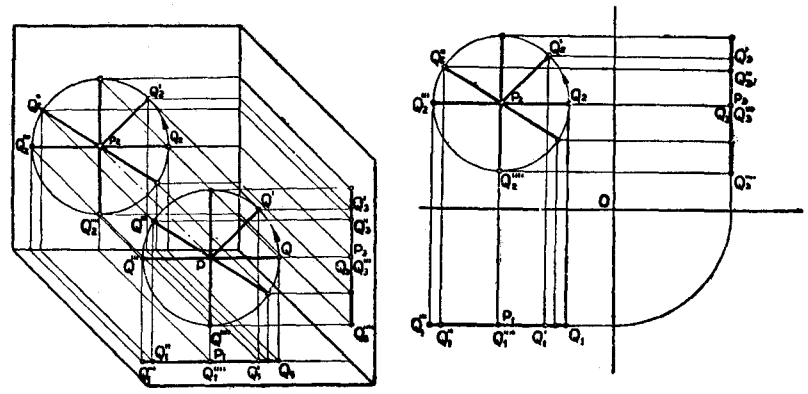
14) Sebuah bujur sangkar sisinya 4½ cm, rusuk-rusuknya terletak pada bidang proyeksi. Yang melekat pada bagian II sejajar dengan sumbu O X dan berjarak 2½ cm. Yang melekat di bidang III membuat sudut dengan sumbu O Z.
Dicari proyeksi I, II dan III.

15) Sebuah segi 6 beraturan sisinya 2½ cm. Terletak pada bidang I dan salah satu sisinya sejajar bidang II. Pusat segi 6 itu jaraknya dari bidang I, II dan III O 3, 4 cm.
Dicari tiga buah proyeksinya.

16) Sebuah lingkaran (bidang) sejajar bidang II dan berjarak 2 cm. Titik pusatnya M berjarak 3 cm dan 4 cm dari bidang I dan III. Kalau jari-jari bidang lingkaran itu 2 cm carilah ketiga proyeksinya.

B A B VIII

Penggulingan (pemutaran) bidang.



Gb. 19

Sebelum pemutaran suatu bidang terlebih dahulu kita bicarakan pemutaran sebuah garis.

Umpama kita mempunyai garis P Q yang tegak lurus bidang III. Jadi. . . . terhadap bidang I dan II sejajar bukan?

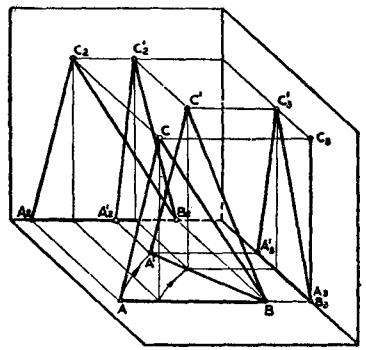
Lalu garis P Q kita putar dengan P tetap dikelilingi oleh titik Q, maka Q akan membuat suatu lingkaran yang bertitik pusat P tadi dan jari-jarinya ialah P Q. P yang tetap itu kita sebut titik putar (lihat gambar 19).

Busur lingkaran yang dibuat oleh titik Q itu akan melalui bidang datar yang sejajar dengan bidang II. Maka kita sebut arah pemutaran sejajar bidang II dan dalam gambar itu menunjukkan pemutarannya ke kiri.

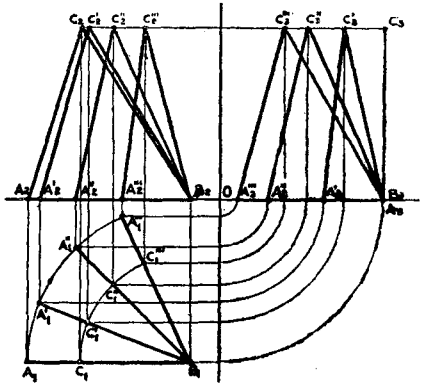
Busur lingkaran tersebut, proyeksinya pada bidang II berupa lingkaran juga. Proyeksi titik Q yang berkeliling pada busur lingkaran tadi pada tiap-tiap kedudukan dapat kita lihat dengan jelas pada bidang II dan untuk membedakan tiap-tiap kedudukan diberi tanda I, II, III dan sebagainya.

Bagaimanakah proyeksinya titik Q itu pada tiap-tiap kedudukan, pada bidang I dan III. Tentu saja proyeksi titik Q itu dibidang I dan III akan berpindah-pindah menurut garis lurus, yaitu : di bidang I, menurut garis lurus yang sejajar dengan sumbu O X dan dibidang III menurut garis yang sejajar sumbu O Y. (lihat gambar 19b).

Selanjutnya marilah kita mulai dengan pemutaran bidang. Dalam hal ini kita kenal lagi, disamping titik putar ada juga sumbu pemutar (sumbu pengguling).



Gb. 20a.



Gb. 20b.

Kalau kita memutarkan sebuah bidang sekeliling titik, maka titik ini disebut titik putaran dan kalau kita memutarkan (menggulingkan) sebuah bidang sekeliling sebuah garis, maka garis itu menjadi sumbu pemutar attau sumbu pengguling

Titik putar dan sumbu pengguling itu tetap saja kedudukannya, tetapi memutar di tempat menurut arahnya pemutaran atau penggulingan. Sebagai contoh, lihat gambar 20b.

Dalam gambar itu ditunjukkan sebuah segi tiga A B C yang mula-mula letaknya sejajar dengan bidang II, lalu dengan titik B sebagai titik putarnya.

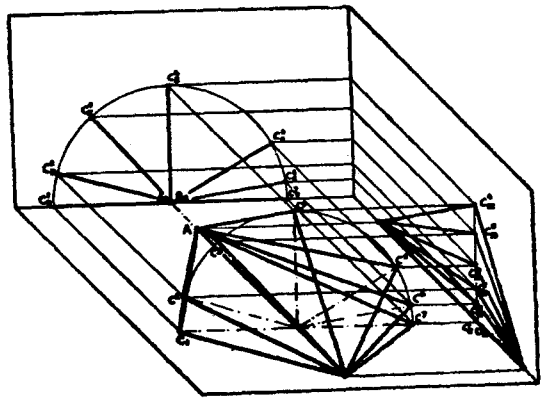
A B C diputar sekeliling B tiga kali berturut-turut hingga alas A B yang sejajar bidang I itu membuat sudut 30^{o}, 45^{o} dan 60^{o} dari kedudukan semula.

Ternyata sudah diputar-putar:

1) Proyeksi I yang berupa garis itu, tetap berupa garis, tetapi berpindah menurut suatu busur lingkaran, yang dalam bidang I busur ini dapat kita lihat dengan jelas.
2) Dibidang II, yang tadinya berupa segi tiga sama sebangun Δ A B C maka sesudah pemutaran, proyeksi segi tiga itu makin ciut dan makin lama akan berupa garis yang $\perp$ sumbu O X.
3) Dibidang III, yang mula-mula proyeksinya berupa garis $\perp$ sumbu O Z, maka akan berupa segi tiga yang makin bertambah luasnya dan kalau bidang Δ A B C itu menjadi sejajar bidang proyeksi III maka proyeksinya menjadi segi tiga yang sama sebangun dengan Δ A B C itu.

Supaya jelas kita membacanya, maka dalam gambar ukur ruang (20a), hanya kita gambar kedudukan awal dan akhir dari pemutaran bidang tersebut. Adapun gambar proyeksinya (gambar 20b) kita gambarkan selengkapnya dari tiap-tiap kedudukannya.

Selanjutnya bagaimanakah kalau sebuah segi tiga diputar (digulingkan) sekeliling salah satu sisinya? Ini dapat kita lihat pada gambar 21. Gambar 21a, gambar menurut ukur ruang, dan proyeksinya dapat kita lihat pada gambar 21b.

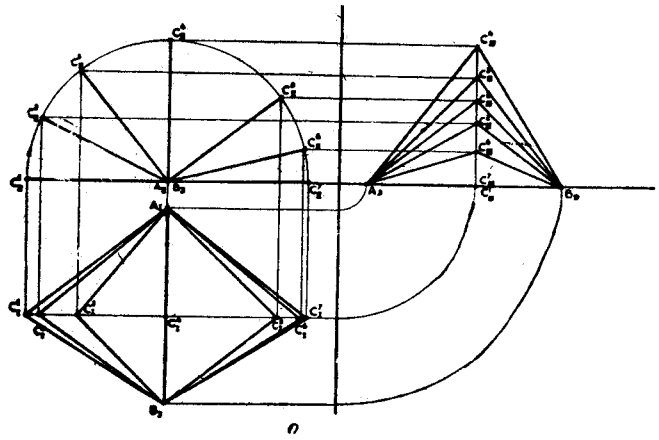


Gb. 21a.

Misalnya sebuah Δ A B C, sejajar dengan bidang I, puncaknya disebelah kiri dan alasnya tegak lurus bidang II. Selanjutnya dengan alas A B sebagai sumbu pengguling, Δ A B C digulingkan beberapa kali ke kanan, hingga puncak C terletak di sebelah kanan dan segi tiganya sejajar lagi dengan bidang I.

Kemudian akan kita cari proyeksinya dibidang I, II dan III. Maka akan terlihatlah oleh kita proyeksi Δ A B C itu pada bidang IIi, yang mula-mula berupa garis (karena Δ A B C $\perp$ bidang III). Setelah digulingkan menjadi berupa segi tiga

yang makin besar dan pada saat Δ A B C // bidang III, proyeksinya berupa segi tiga yang paling besar dan sama sebangun dengan yang diproyeksikan, sesudah itu makin kecil lagi dan akhirnya setelah Δ A B C sejajar lagi dengan bidang I (⊥ bidang III) proyeksinya berupa garis lagi.



Gb. 21b.

Titik puncak C yang berkeliling sekitar sumbu pengguling (A B) itu akan melalui suatu busur lingkaran, yang dalam hal ini busur lingkaran yang dilalui oleh titik C itu dapat kita gambarkan pada bidang II dan berujut lingkaran yang sama. Perpindahan proyeksi titik C dibidang I dan III akan melalui garis lurus, yaitu:

Di bidang I menurut garis lurus yang sejajar sumbu O X (karena arah penggulingan sejajar dengan bidang II) dan dibidang III menurut garis yang sejajar sumbu O Y. Adapun letaknya tiap-tiap kedudukan tinggal kita menarik garis-garis proyeksi dari bidang II hingga garis proyeksi ini memotong garis perpindahan lurus tadi.

Kalau proyeksi titik C pada tiap-tiap kedudukan dalam masing-masing bidang proyeksi kita hubung-hubungkan dengan titik A dan B, maka kita peroleh proyeksi segi tiga A B C itu pada tiap-tiap kedudukannya.

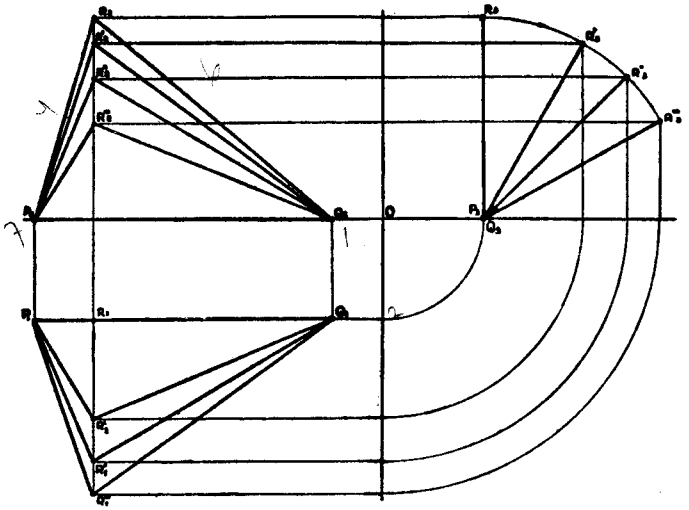
Titik A dan B tetap saja letaknya karena keduanya terletak pada sumbu pengguling.

Contoh soal I

Sebuah segi tiga P Q R sejajar dengan bidang II. Alasnya P Q terletak pada bidang I. Titik P dan Q jaraknya dari bidang II 2 cm, sedang jaraknya dari bidang III P dan Q itu masing-masing 7 cm dan 1 cm. Panjang PR = 4 cm, QR = 6 cm.

Selanjutnya dengan P Q sebagai sumbu pengguling, Δ P Q R digulingkan kedepan sejajar bidang III (R menjauhi bidang II), hingga Δ R P Q itu membentuk sudut 60^0, 45^0 dan yang terakhir membentuk sudut 30^0. Ini sekaliannya terhadap bidang I. Akan dibuat proyeksi I, II dan III pada tiap-tiap kedudukan.

Jawab: lihat gambar 22 A



Gb. 22a.

Keterangan:

Dalam soal kita itu, mula-mula Δ P Q R sejajar dengan bidang II, jadi proyeksinya di bidang II sama sebangun dengan yang diproyeksikan, maka ukuran-ukuran baik sisi-sisi maupun sudut-sudut pada gambar di bidang II itu merupakan ukuran sebenarnya (sama dengan yang diproyeksikan).

Jadi: $P_2\ Q_2 = P\ Q$

$P_2\ R_2 = P\ R$

$Q_2\ R_2 = Q\ R$

Demikian juga ketiga sudutnya.

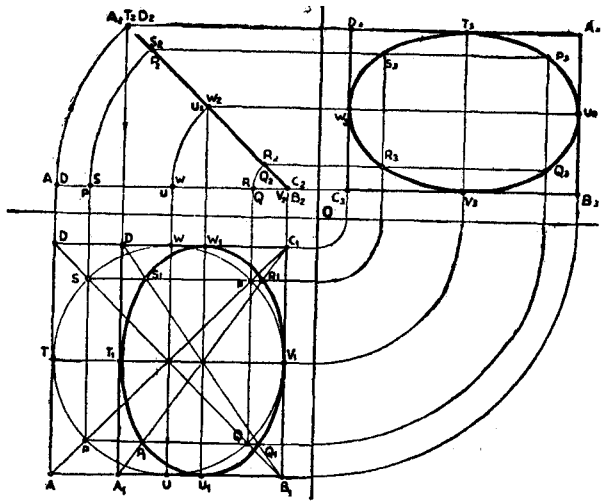
C o n t o h 2

Sebuah bujur sangkar sejajar bidang I dan berjarak ½ cm, sisi-sisinya sejajar dengan bidang proyeksi. Di dalam bujur sangkar itu dibuat lukisan lingkaran yang menyinggung semua sisinya.

Selanjutnya dengan salah satu sisi yang sejajar dengan bidang II dan yang terdekat dengan III itu menjadi sumbu pengguiing, bujur sangkar digulingkan ke kanan hingga membentuk sudut 45^0 terhadap bidang I.

Kalau sisi bujursangkar itu 4 cm dan pada kedudukan mula-mula pusat bujur sangkar itu berjarak 2½ cm terhadap bidang II dan 2½ cm pula terhadap bidang III, buatlah ketiga proyeksinya sesudah digulingkan itu.

Jawab: Gambar 22 B

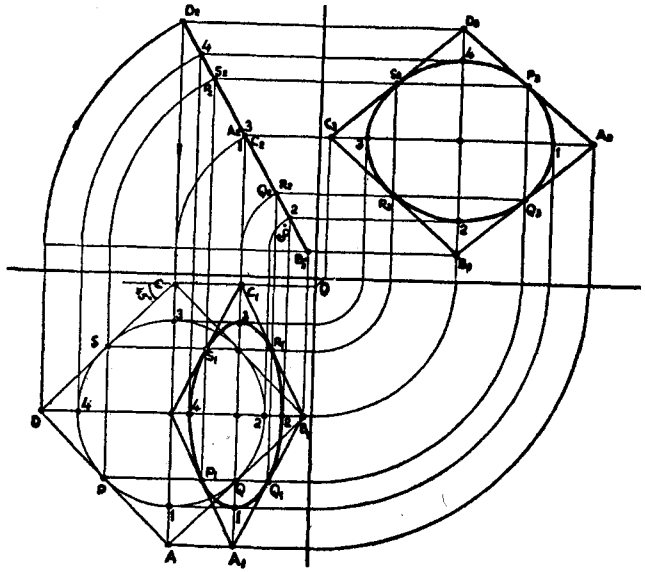


Gb. 22b.

Contoh 3

Seperti contoh 2, tetapi letaknya bujur sangkar dengan sisinya membuat sudut 45^0 dan selanjutnya dengan titik sudut yang terdekat dengan bidang III sebagai titik guling, bujur sangkar digulingkan hingga membentuk sudut 60^0 terhadap bidang I.

Jawab: Gambar 22 C



Gb. 22c.

Keterangan:

Dalam contoh 2 dan 3 itu, yang sangat perlu diperhatikan adalah lukisan lingkaran singgung pada bujur sangkar itu. Lukisan lingkaran tersebut, setelah digulingkan tidak lagi proyeksinya berupa lingkaran, melainkan berupa ellips (oval) atau lonjongan.

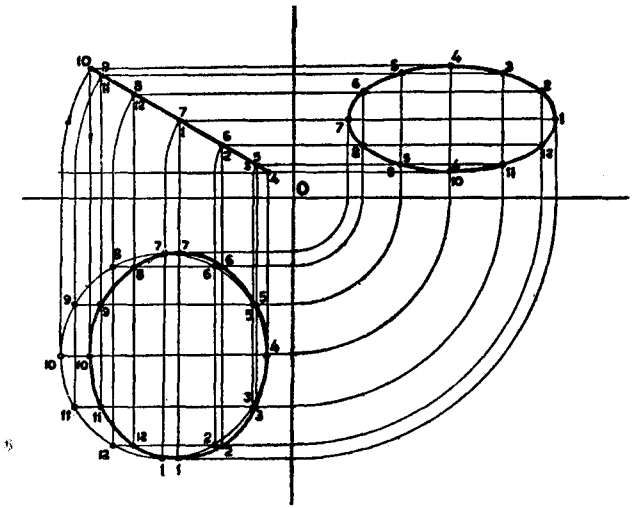
Perhatikan pergeseran-pergeseran/perpindahan titik-titik pada bidang I, II dan III (sesudah penggulingan itu).

Contoh 4

Sebuah bidang lingkaran berjari-jari 2 cm sejajar bidang I dan berjarak ½ cm Pusat lingkaran itu berjarak 2½ cm terhadap bidang II maupun bidang III.

Selanjutnya dengan salah satu titik pada lingkaran yang terdekat dengan bidang III menjadi titik guling, bidang lingkaran tersebut digulingkan ke kanan sejajar bidang II, hingga lingkaran tersebut membentuk sudut 30^0 terhadap bidang I. Carilah ketiga proyeksinya.

Jawab: Gambar 22 D.



Gb. 22d.

Keterangan:

Dalam hal ini, karena lingkaran itu tidak mempunyai titik-titik sudut, maka kita buat titik-titik pertolongan. Dan menentukan titik-titik pada keliling lingkaran ini biasanya kita buat dengan jarak yang sama. Dalam contoh ini, pada keliling lingkaran tersebut kita tentukan 12 titik dengan jaraknya masing-masing titik yang berdekatan sama.

Waktu digulingkan, titik-titik ini akan melalui busur lingkaran yang dapat kita gambarkan dibidang II.

Kemudian proyeksi I sesudah penggulingan dapat kita peroleh dari proyeksi II dan ternyata berupa lonjongan (oval). Sudah itu proyeksi III mudah digambar.

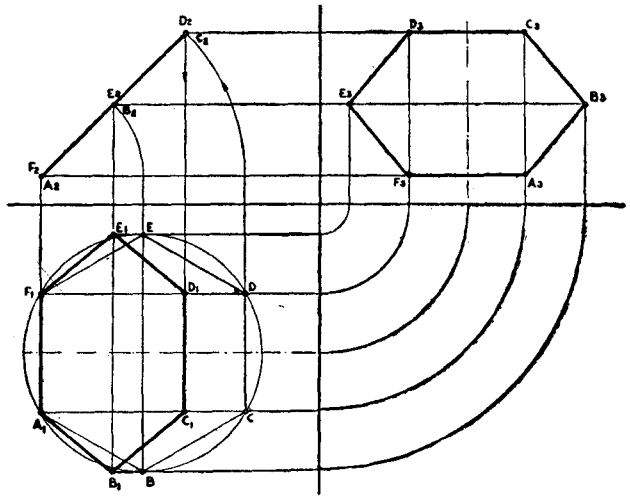
Contoh 5

Sebuah bidang segi 6 beraturan sisinya 2 cm. Sekali lagi bidang ini sejajar bidang I dan berjarak ½ cm. Pusat bidang segi 6 tersebut berjarak 3 cm dari bidang III dan 2½ cm dari bidang II. Dua buah sisi dari segi 6 itu sejajar bidang III.

Kemudian dengan salah satu rusuk yang sejajar dengan bidang III (dan yang terjauh) menjadi sumbu penggulingnya bidang digulingkan kekiri sejajar bidang II, hingga terhadap I membentuk sudut 45^0

Carilah ketiga proyeksinya.

Jawab: lihat gambar 22 E.



Gb. 22e.

Soal – soal.

1) Kalau sebuah bujur sangkar sejajar dengan bidang II, lalu digulingkan sejajar dengan bidang III hingga letak bidang tersebut miring beberapa derajat terhadap I, maka berupa apakah proyeksinya di bidang I, II dan III?

2) Kalau sebuah lingkaran sejajar dengan bidang III, lalu dengan titik lingkaran yang terbawa menjadi titik penggulingan, lingkaran tersebut digulingkan ke kiri dengan arah penggulingan sejajar bidang II, hingga lingkaran itu membentuk sudut beberapa derajat terhadap bidang I, maka, proyeksi I berupa. . ., proyeksi II berupa. . . ., proyeksi III. . . . .

3) Sebuah lingkaran berjari-jari 2½ cm, berdiri di bidang I sejajar bidang III dan jaraknya dari bidang III itu 2 cm. Pusat lingkaran itu berjarak 3½ cm terhadap bidang II.
Kemudian dengan satu titiknya yang melekat pada bidang I menjadi titik guling, lingkaran tersebut digulingkan ke kiri sejauh 60^0 dari kedudukan semula.
Buatlah ketiga proyeksinya.

4) Sebuah segi lima beraturan mempunyai lingkaran luar yang berjari-jari 2½ cm Berdiri pada salah satu sisinya di bidang I dan sejajar dengan bidang II. Adapun jaraknya dari bidang II itu 1½ cm. Selanjutnya dengan sisi yang melekat pada bidang I itu menjadi sumbu penggulingnya, bidang segi 5 tersebut digulingkan ke depan sejauh 45^0 dari kedudukan semula. Carilah ketiga proyeksinya.

5) Sebuah segi 6 beraturan sisinya berukuran 2 cm berdiri pada salah satu sisinya di bidang I dan sejajar bidang III. Dengan sisi yang melekat pada bidang I itu menjadi sumbu penggulingnya segi 6 tersebut digulingkan ke kiri sejauh 35^0 dari kedudukan semula.
Carilah ketiga proyeksinya.

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEPDIKBUD
Jl. Walikota Mustajab 68
SURABAYA

BAB IX

Mencari ukuran sebenarnya.

Ukuran-ukuran panjang/luas sebenarnya dan garis-garis dan bidang-bidang maupun benda-benda itu dapat kita cari dibidang I, II ataupun III kalau garis bidang maupun bendanya sejajar bidang-bidang proyeksi.

Sejajar bidang I, ukuran sebenarnya dapat dicari di bidang I, sejajar bidang II, ukuran sebenarnya dapat di cari di bidang II dan pula untuk bidang III.

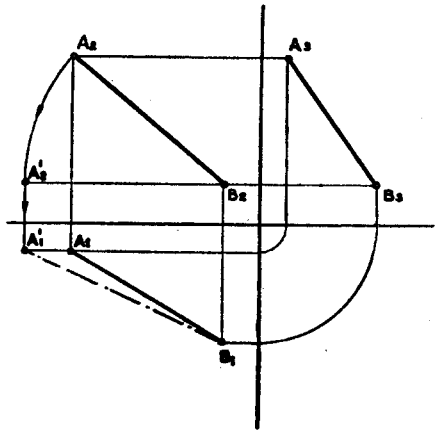
Sekarang bagaimana halnya kalau terdapat garis atau bidang yang letaknya tidak sejajar dengan bidang proyeksi yang manapun juga? Untuk ini, dengan sendirinya harus kita usahakan, yaitu garis atau bidang yang tidak sejajar dengan bidang-bidang proyeksinya itu harus kita sejajarkan.

Kalau kita sejajarkan dengan bidang I, ukuran sebenarnya kita dapat di bidang I. Kalau kita sejajarkan dengan bidang II, ukuran sebenarnya kita dapat dibidang II dan demikian pula untuk bidang III.

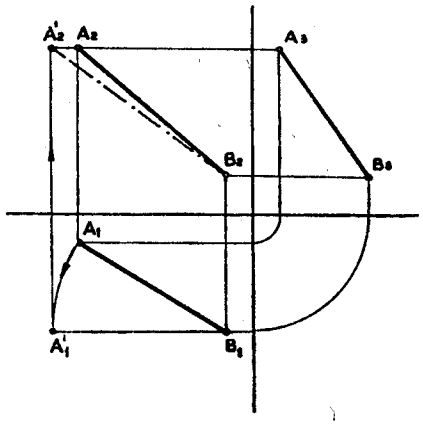
Dalam hal ini dapat kita lihat pada gambar 23 dan 24 yang masing-masing menunjukkan caranya mencari ukuran sebenarnya. Garis dan bidang yang kita cari ukuran sebenarnya, disejajarkan bidang proyeksi dan dalam gambar proyeksinya berarti. . . . . disejajarkan dengan sumbu-sumbu proyeksi.

Gambar 23, menunjukkan caranya mencari panjang sebenarnya sebuah garis.

Garisnya disejajarkan dengan bid. I Garisnya disejajarkan dengan bid II $A_1^1\ B_1$ = Panjang sebenarnya. $A_2^1\ B_2$ = Panjang sebenarnya.



Gb. 23a.



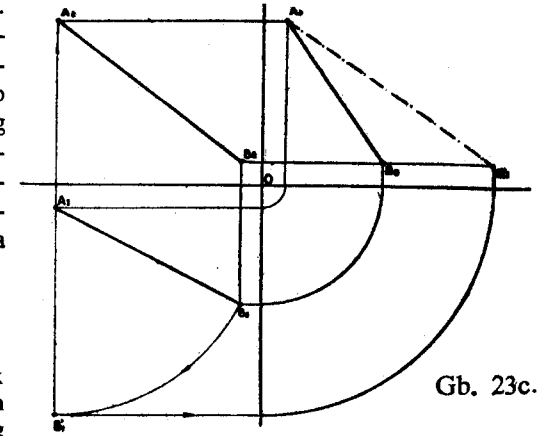
Gb. 23b.

Gambar 25a, garis A B disejajarkan dengan bidang I, maka $A_2\ B_2$ disejajarkan dengan sumbu O X, dengan memutar garis itu pada salah satu titik ujungnya. Dalam gambar itu, titik B sebagai titik putar. Pemutaran ini sejajar bidang II, hingga busur yang dilalui titik A dapat terlukis dibidang II. Sesudah $A_2\ B_2$ disejajarkan sumbu O X, maka A_1 berpindah di A_1^1. Perpindahan A_1 ke A_1^1 itu melalui garis lurus yang sejajar dengan sumbu O X. Maka $A_1^1\ B_1$ adalah panjang sebenarnya garis A B itu.

Gambar 23b, garis A B disejajarkan dengan bidang II; maka $A_1\ B_1$ disejajarkan dengan sumbu O X, dengan memutarkan garis itu sekeliling B. Busur lingkaran yang dilalui titik A itu dapat kita lihat di bidang I karena arah pemutarannya sejajar dengan bidang I. Maka titik A selama berputar itu, tingginya terhadap bidang I tetap saja. Jadi A_2 berpindah ke A_2^1 melalui garis lurus yang sejajar sumbu O X. Didapatlah panjang garis sebenarnya, yaitu $A_2^1\ B_2$

Dan gambar 23C, garis AB disejajarkan bidang III, maka A_1 B_1 diputar sekeliling titik A. Pemutarannya sejajar bidang I, sehingga busur lingkaran yang dilalui B dengan jaraknya terhadap I tetap itu dapat dilihat dibidang I. B_3 berpindah melalui garis lurus yang sejajar sumbu mendatar (OZ), ketitik B_3^1. Maka didapatlah panjang garis sebenarnya yaitu $A_3\ B_3^1$

Garisnya disejajarkan dengan bid. III $A_3\ B_3^1$ = Panjang sebenarnya.

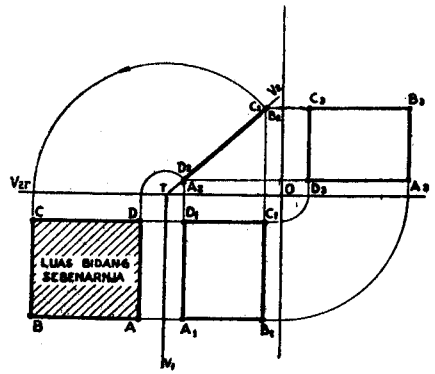


Gb. 23c.

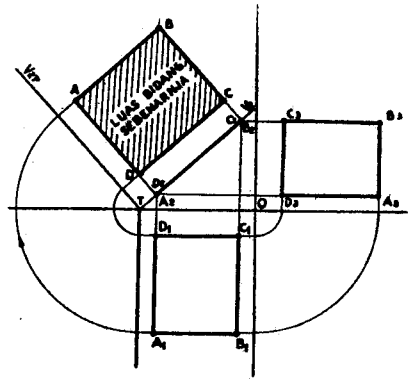
Demikian salah satu cara untuk mencari panjang garis sebenarnya dan disamping itu masih ada cara yang lain lagi, tetapi dasarnya sama. Ialah mengusahakan supaya garis itu sejajar bidang proyeksi atau direbahkan ke salah satu bidang proyeksi, hingga garis itu melekat seluruhnya pada bidang proyeksi.

Cara yang lain ini tidak akan kita bicarakan, tetapi dalam pembicaraan mencari luas bidang sebenarnya cara tersebut akan terbawa pula.

Gambar 24a dan 24b, menunjukkan 2 macam cara untuk mencari luas bidang sebenarnya.



Gb. 24a.



Gb. 24b.

Sebagai contoh kita ambil sebuah bidang empat segi panjang A B C D tegak lurus terhadap bidang II, dan terhadap bidang I maupun III membuat sesuatu sudut. Dalam contoh itu, meskipun bidangnya A B C D tidak sejajar dengan bidang proyeksi yang mana saja, tetapi sisi-sisinya sejajar dengan bidang proyeksi, yaitu:

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEPDIKBUD
Jl. Walikota Mustajab 68
S U R A B A Y A

Sisi panjangnya A B dan D C sejajar dengan bidang II, maka proyeksinya di bidang II yang keduanya berimpit itu, adalah sudah menunjukkan panjang yang sebenarnya. Sisi pendek A D dan B C itu sejajar dengan bidang I maupun III sehingga proyeksinya dibidang-bidang tersebut sudah merupakan panjang yang sebenarnya. Dengan begitu bidang empat segi panjang yang sebenarnya dapat kita gambar dengan memakai sisi panjang dan pendek yang sebenarnya tadi.

Pelaksanaan penggambaran dalam hal tersebut, kita dapat memakai bidang pertolongan (V) yang berimpit dengan empat segi panjang A B C D, yang terusan pertamanya V_1 dan terusan keduanya V_2. Oleh karena A B C D itu tegak lurus dengan bidang II, maka bidang V demikian juga, sehingga $V_1 \perp$ sumbu O X, dan V_2 membentuk sudut seperti bidang A B C D terhadap sumbu O X. Bidang V itu akan memotong sumbu mendatar pada suatu titik, yaitu pada pertemuan V_1 dan V_2 di sumbu mendatar (di T).

Sesudah kita pakai bidang pertolongan itu, maka bidang ini kita rebahkan/ kita sejajarkan dengan salah satu bidang proyeksi, sehingga kita dapat melihat bangun dan ukuran bidang empat segi panjang itu yang sebenarnya di bidang proyeksinya itu.

Kalau bidang V itu kita gulingkan dengan V_1 menjadi sumbu penggulingnya sampai bidang V ini sejajar dengan bidang I, maka bidang V melekat berimpit) dengan bidang I. Jadi dapat dikatakan bidang V direbahkan ke bidang I.

Dengan demikian, ukuran sebenarnya dari sisi panjang dan pendek empat segi panjang A B C D itu akan terbawa pula dalam perebahan ini dan terlukislah luas bidang sebenarnya dari empat segi panjangnya itu pada bidang rebahan (lihat gambar 24a).

Selain cara yang demikian itu, empat segi panjang A B C D itu dapat kita cari luasnya dan ukuran-ukuran sebenarnya dengan merebahkan bidang V tadi ke bidang II, ialah dengan V_2 sebagai sumbu perebahan (penggulingan) bidang, V direbahkan kebidang II. Setelah bidang V itu terletak pada bidang II, maka terlukislah luas dan ukuran-ukuran sebenarnya dari bidang A B C D itu (lihat gambar 24b).

Jadi bidang pertolongan (V) itu kita pakai untuk merebahkan bidang yang dicari luas sebenarnya, ke bidang proyeksinya, dengan ketentuan bahwa bidang pertolongan yang kita maksudkan itu harus diimpitkan dengan bidang yang dicari luas sebenarnya tadi.

Dalam merebahkan bidang pertolongan ke bidang proyeksinya, dapat kita ambil:

- V_1 sebagai sumbu perebahan, kalau bidang V kita rebahkan ke bidang I hingga luas sebenarnya dari bidang yang melekat padanya tergambar di bidang I.

- V_2 sebagai sumbu perebahan, kalau bidang V direbahkan kebidang II, hingga luas sebenarnya dari bidang yang melekat padanya tergambar dibidang II.
- V_3 sebagai sumbu perebahan, kalau bidang V kita rebahkan ke bidang III, hingga luas sebenarnya dari bidang yang melekat padanya tergambar dibidang III.

Pertanyaan dan soal-soal.

1) Bilakah proyeksi sebuah garis merupakan panjang sebenarnya?
2) Bilakah proyeksi sebuah bidang merupakan luas yang sebenarnya?
3) Kalau pada penggulingan sebuah bidang arah penggulingannya sejajar bidang II, dimanakah busur-busur penggulingannya dapat kita gambarkan?
4) Pada penggulingan yang arah penggulingan sejajar bidang III, dimanakah busur-busur penggulingan dapat kita gambarkan?
5) Dapat kita rebahkan kebidang manakah kalau kita mencari panjang garis sebenarnya dan luas bidang sebenarnya?
6) Sebuah bujur sangkar sisinya 3 cm. Salah satu sisinya melekat pada bidang I, dan yang satu lagi melekat pada bidang II. Bujur sangkar tersebut tegak lurus bidang II dan membuat sudut 30^o dengan bidang I membuka ke kanan.
   Carilah gambar luas bidang sebenarnya
7) Sebuah bujur sangkar A B C D, sisinya 2½ cm. Sisi A B sejajar bidang I dan berjarak 1 cm, dan juga tegak lurus bidang II.
   Bujur sangkar ini membentuk sudut 35^o terhadap bidang I membuka ke kanan Sisi A B lebih rendah letaknya dari pada sisi C D yang berhadapan dengan A B itu
   Carilah gambar luas bidang sebenarnya (pakai bidang pertolongan).
8) Sebuah segi tiga A B C
   Titik A jaraknya 1 cm, 4 cm dan 5 cm.
   Titik B jaraknya 1 cm, 1 cm dan 5 cm.
   Titik C jaraknya 5½ cm, 3½ cm dan 1 cm
   Kesemuanya itu masing-masing dari bidang I, II dan III.
   Sesudah kamu gambar proyeksinya carilah luas bidang yang sebenarnya.
9) Dua buah titik A dan B.
   Titik A mempunyai jarak 1 cm dari bidang I, 4 cm dan bidang II, dan 6½ cm dari bidang III.
   Titik B, mempunyai jarak 5 cm dan bidang I, 1 cm dari bidang II dan ½ cm dari bidang III.

   Carilah jarak antara titik A dan B itu yang sesungguhnya, dan sesudah kamu gambar, ukurlah dengan meteran berapa jarak A B itu.

BAB X

Proyeksi benda dan bentangannya (jaring-jaring).

Benda, yang akan kita bicarakan di sini antara lain: kubus, piramide (limas) prisma, kerucut dan balok-balok.

Balok-balok dan benda-benda lainnya itu tentu dibatasi oleh bidang (bidang datar maupun lengkung). Bidang batas benda ini yang berdekatan akan bertemu.

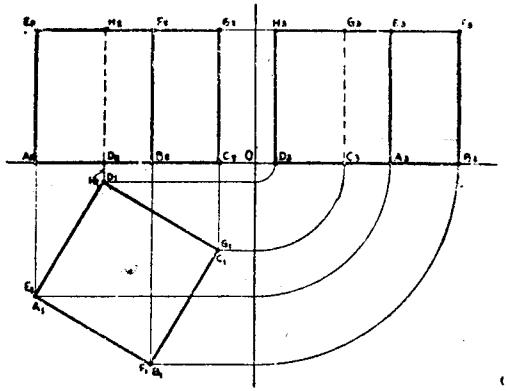
Untuk bidang yang datar pertemuan bidang-bidang batas benda itu berupa garis yang kita sebut rusuk-rusuk benda.

Rusuk-rusuk yang membatasi bidang alas kita sebut rusuk alas dan rusuk-rusuk yang membatasi bidang sisi (bidang tegak) kita sebut rusuk tegak. Rusuk-rusuk tegak dan rusuk alas yang berdekatan akan bertemu juga pada suatu penjuru yang kita sebut titik sudut benda.

Kubus atau balok segi empat lainnya itu mempunyai 4 bidang sisi, satu bidang alas dan satu bidang tutup. Adapun penjurunya terdapat 8 buah penjuru (8 buah titik sudut).

Bagaimanakah kalau kita memproyeksikan suatu benda itu? Dalam mencari proyeksi, sebuah benda itu sama halnya kita mencari proyeksi titik yaitu memproyeksikan titik-titik sudut benda itu. Baru sesudah proyeksi titik-titik sudut benda tersebut terdapat semua, tinggallah kita menghubung-hubungkan titik-titik yang berdekatan.

Sebagai contoh proyeksi sebuah kubus Misalnya kubus A B C D E F G H, alasnya A B C D terletak pada bidang I, dengan bidang sisinya tidak sejajar dengan bidang proyeksi. Akan dicari proyeksi I, II dan III.

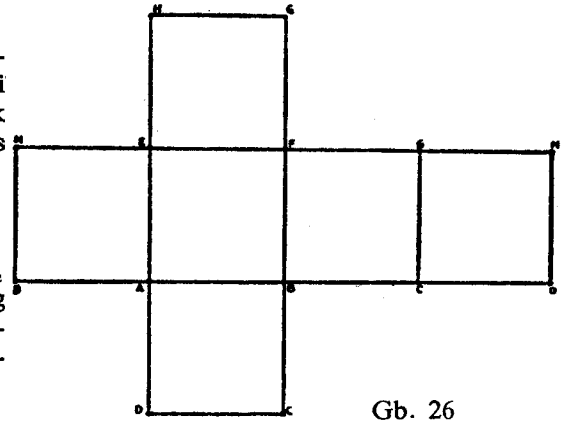


Gb. 25

Dalam hal ini proyeksinya dibidang I berupa bujur sangkar dan tiap titik sudut bujur sangkar itu adalah menunjukkan proyeksi dari dua buah titik yang berimpitan dari bidang alas dan bidang tutup. Sisi-sisi bujur sangkar tersebut menunjukkan panjangnya rusuk sebenarnya dari kubus itu. (lihat gambar 25).

Dengan memproyeksikan titik-titik sudut itu ke bidang II, didapatlah proyeksi dibidang II dan seterusnya proyeksi III, kita peroleh dengan memproyeksikan titiktitik dibidang I dan II itu ke bidang III. Seterusnya, kalau ke-enam bidang dari kubus itu kita bentangkan, maka kita peroleh bentangan kubus atau jaring-jaring kubus.

Jaring-jaring ini diperlihatkan pada gambar 26. Dalam proyeksi benda ini, rusuk-rusuk yang tak kelihatan digambar dengan garis putus.

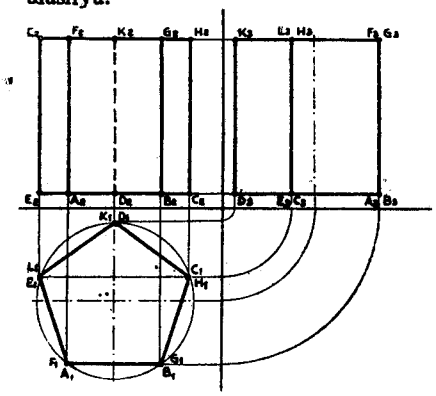


Gb. 26

Proyeksi prisma.

Prisma disebut prisma segi 3, segi 4, segi 5, segi N, kalau bidang alasnya berupa segi 3, segi 4, segi 5, segi N, atau bidang tutupnya demikian juga.

Prisma beraturan, kalau bidang alas/tutup berupa segi banyak beraturan (segi tiga beraturan, segi empat beraturan dan sebagainya), dan rusuk-rusuk tegaknya tegak lurus bidang alas/tutup dan sumbu bendanya melalui pusat dari pada bidang alasnya.



Gb. 27

dengan bidang alasnya. Selanjutnya lihatlah gambar 27 dan jaring-jaringnya diperlihatkan pada gambar 28.

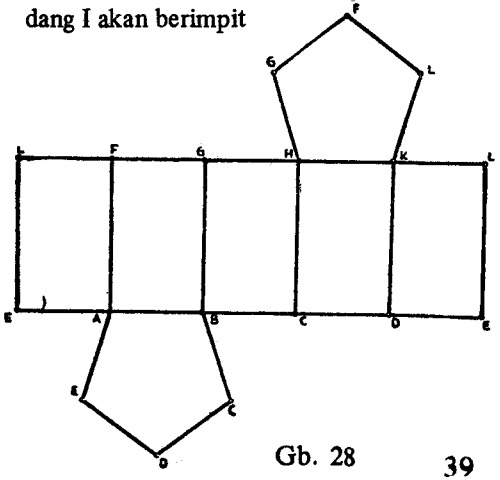
Dalam contoh ini, salah satu bidang sisi dari prisma itu (A B G F) sejajar bidang II, maka proyeksi A B C F pada bidang II akan sama dengan yang diproyeksikan.

Sekarang, marilah kita mulai dengan proyeksinya.

Sebuah prisma segi 5 beraturan. Bidang alasnya A B C D E sejajar bidang I dan mempunyai jarak tertentu dari bidang I itu.

Berupa apakah proyeksinya di bidang I itu?

Tentu berupa segi 5 beraturan juga. Proyeksi bidang tutup F G H K L di bidang I akan berimpit

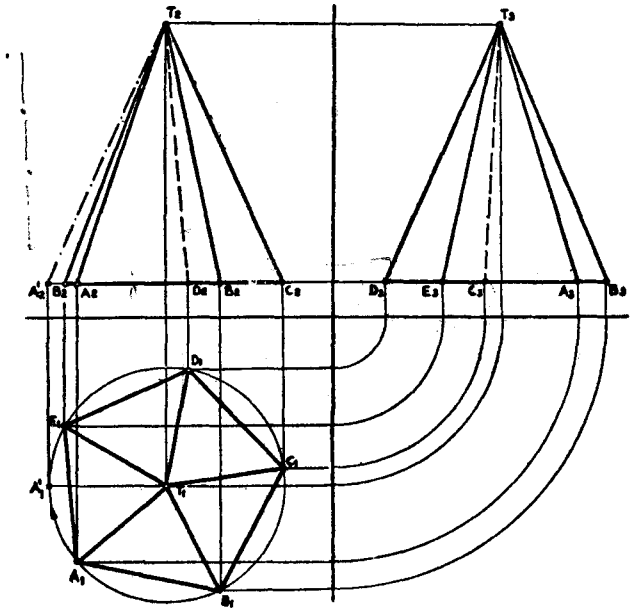


Gb. 28

Proyeksi limas

Limas disebut limas sisi 3, 4, 5, 6, N kalau bidang alasnya berupa segi 2, 4, 5, 6, N. Disebut limas beraturan kalau bidang alasnya segi banyak beraturan, rusuk-rusuk tegaknya sama panjang.

Sebab itu bidang sisinya (bidang tegak) semuanya sama sebangun. Dalam hal ini sumbu limasnya melalui pusat bidang alasnya. Memproyeksikan limas, berarti memproyeksikan titik-titik sudut bidang alasnya dan satu titik puncaknya. Kemudian hubungkan titik-titik yang sama-sama terletak pada suatu rusuk dalam tiap-tiap- bidang proyeksinya. Maka terdapatlah proyeksi pada tiap bidang proyeksinya.

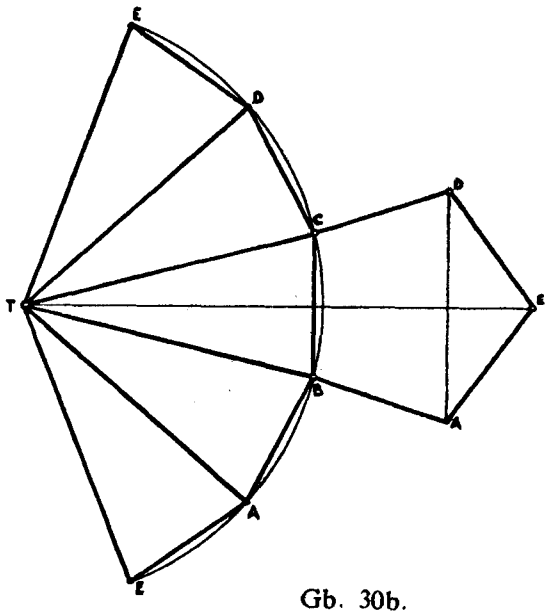


Gb. 29

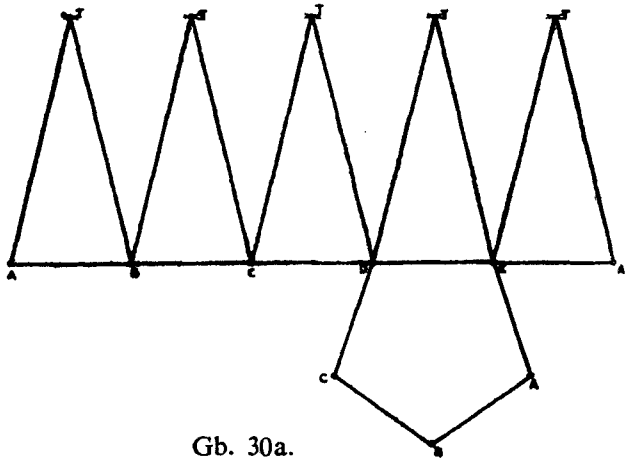
Pada gambar 29 ditunjukkan proyeksi sebuah limas sisi 5 beraturan, dan bukaannya (jaring-jaringnya) ditunjukkan dalam gambar 30a, 30b dan 30c.

Jadi untuk membuat jaring-jaringnya dapat kita kerjakan dalam 3 macam cara. Dalam membuat jaring-jaring, harus kita ingat, bahwa semua ukuran pada jaring-jaringnya itu merupakan ukuran yang sesungguhnya.

Pada gambar proyeksinya terlihat dengan jelas bahwa letaknya limas demikian rupa hingga rusuk-rusuk tegaknya tidak ada yang sejajar dengan bidang proyeksi. Baik dengan bidang I, II maupun III semua rusuk tegaknya tidak sejajar. Oleh karena itu proyeksi rusuk tegak TA, TB, TC, TD, dan TE di bidang I, II dan III belum merupakan panjang rusuk yang sesungguhnya.



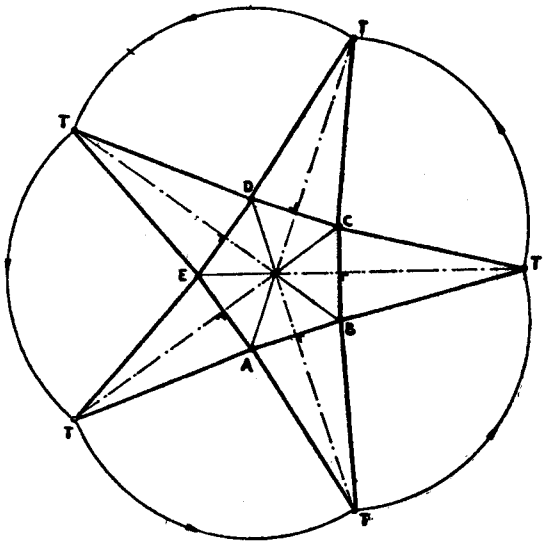
Gb. 30b.



Gb. 30a.

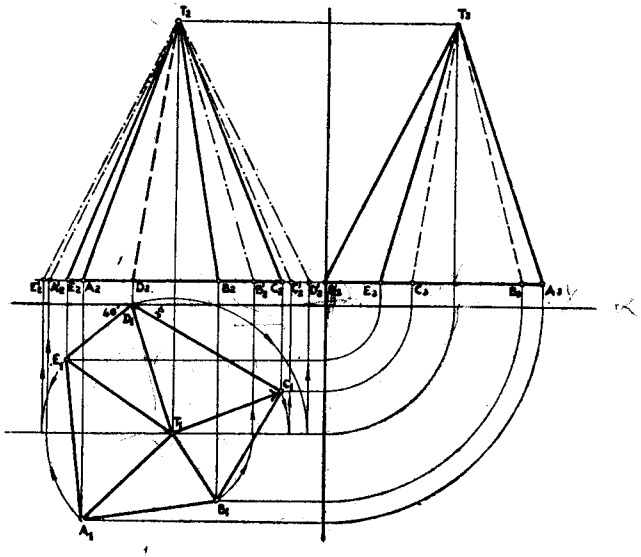
Maka untuk membuat jaring-jaringnya terlebih dulu kita harus mencari panjang sebenarnya dari semua rusuk tegaknya. Tetapi karena bendanya beraturan, maka cukuplah kita mencari panjang sebenarnya sebuah rusuk, karena semuanya sama. Caranya, yaitu kita sejajarkan rusuk yang kita cari panjangnya itu dengan salah satu bidang proyeksi. Dalam contoh gambar 29 itu rusuknya kita sejajarkan dengan bidang II dan panjang sebenarnya dapat kita ukur dalam bidang II itu.

Coba perhatikan dengan teliti gambar 29.



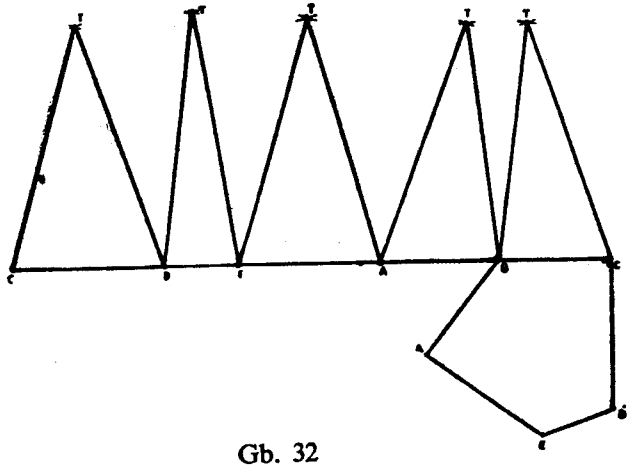
Gb. 30c.

Kemudian perhatikan juga gambar 31. Dalam gambar 31 itu ditunjukkan proyeksi sebuah limas sisi lima yang tidak beraturan dan letaknya demikian rupa hingga semua rusuk tegaknya tidak ada yang sejajar dengan bidang proyeksi, tetapi bidang alasnya sejajar bidang I.

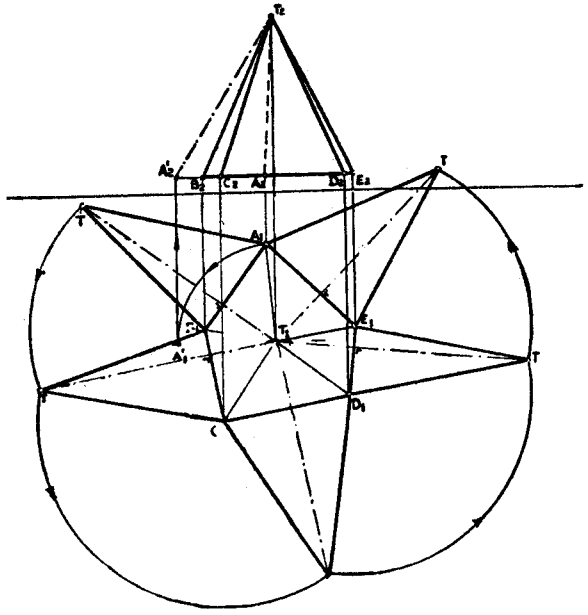


Gb. 31

Berhubung bendanya tidak beraturan maka semua rusuk tegaknya masing-masing harus kita cari panjang sebenarnya.



Gb. 32



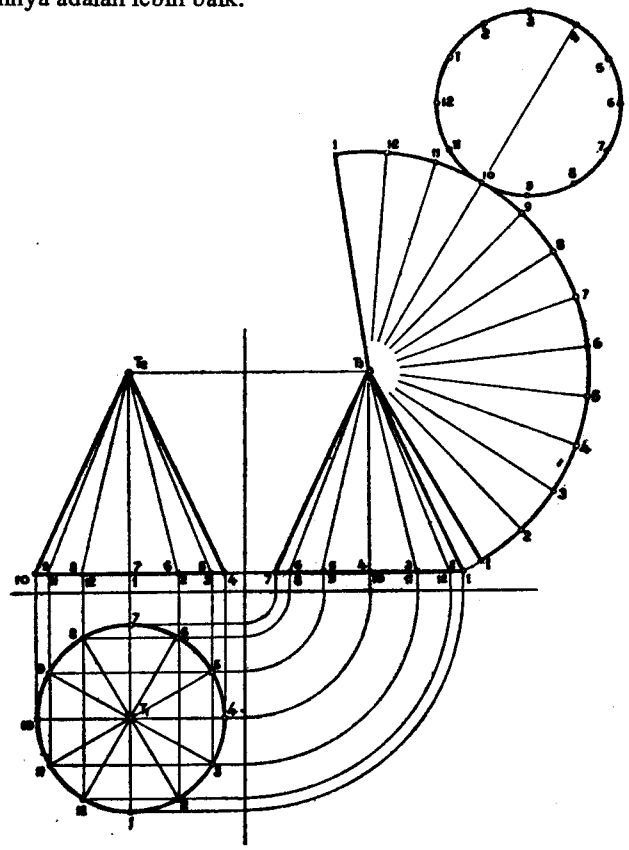
Gb. 33

Adapun jaring-jaringnya digambarkan dalam dua cara, yaitu gambar 32 dan 33.

Coba kerjakan juga dengan cara seperti gambar 30b.

Proyeksi kerucut.

Kerucut adalah sebuah benda yang mempunyai bidang lengkung tertutup yang teratur dan mempunyai bidang alas yang berupa lingkaran. Berhubung alasnya berujud lingkaran maka tidak mempunyai sudut-sudut sehingga sukarlah kita akan membuat jaring-jaringnya. Dalam hal ini kita harus membuat titik-titik pertolongan pada keliling alas yang kita anggap sebagai titik-titik sudut bidang alasnya, dan pada titik-titik ini kita buat apothema kerucut. Banyaknya titik pertolongan ini dapat kita ambil sekehendak, tetapi sebaiknya kita tentukan dengan jarak-jarak yang sama. Lebih banyak kita membuat titik-titik pertolongannya adalah lebih baik.



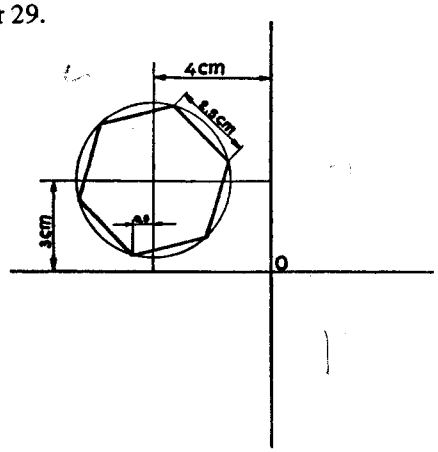
Gb. 34

Pada pembuatan jaring-jaringnya, pada persoalan kita mengenai kerucut ini hanya dapat kita kerjakan dengan satu macam cara (lihat gambar 34). Mantel kerucut itu kalau kita bentangkan, berupa sebuah sektor lingkaran yang berjari-jari apothemanya.

Soal-soal.

1). Sebuah kubus, rusuknya 4 cm, ada di atas bidang I. Bidang alasnya ABCD sejajar bidang I dan berjarak ½ cm.
Bidang sisi CDGH membuat sudut 30^{o}, terhadap bidang II. Buatlah ketiga proyeksinya kalau sumbu kubus berjarak 3½ cm dari bidang II dan 4 cm dari bidang III. Buatlah pula jaring-jaringnya.

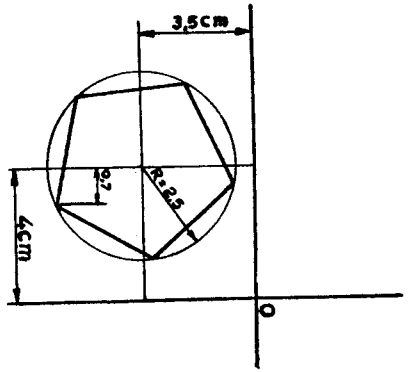
2). Sebuah prisma sisi 5 beraturan, bidang alasnya ABCDE sejajar bidang I dan berjarak ½ cm. Tinggi prisma 6 cm. Jari-jari lingkaran luar bidang alasnya 3 cm. Letak proyeksi I-nya seperti gambar 29.
Adapun jaraknya sumbu benda terhadap sumbu proyeksi ditentukan 4 cm dan 4½ cm dari sumbu X (mendatar) dan sumbu Y (tegak).
Buatlah ketiga proyeksinya dan jaring-jaringnya.



Gb. 35

3) Sebuah prisma sisi 6 beraturan tegak lurus terhadap bidang III. Bidang alasnya ABCDEF berjarak 1 cm dari bidang GHJKLM berjarak 7 cm dari bidang III. Letak dan kedudukan proyeksinya dibidang III, serta jarak-jaraknya sumbu benda terhadap sumbu proyeksi ditunjukkan pada gambar 35; buatlah proyeksi dan jaring-jaringnya.

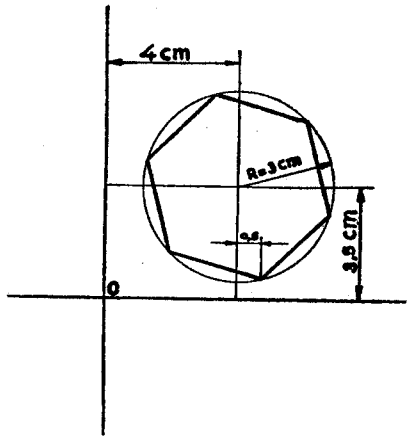
4). Limas segi 5 beraturan. Bidang alasnya sejajar bidang 1 dan berjarak 1 cm. Tinggi limasnya 6 cm. Letak dan jaraknya sumbu benda terhadap bidang proyeksinya diperlihatkan pada gambar 36.
Carilah penyelesaian selanjutnya pada ketiga bidang proyeksi dan buatlah jaring-jaringnya, kalau jari lingkaran luar bidang alas 2½ cm.



Gb. 36

5) Sebuah limas segi 6 beraturan, tingginya 6 cm, rusuk alasnya masing-masing 3 cm. Alasnya A B C D E F sejajar bidang II m dan berjarak ½ cm. Letak dan jaraknya sumbu benda terhadap bidang-bidang proyeksi terlihat pada gambar 37. Selesaikan ketiga proyeksinya dan buatlah bentangannya.

6) Sebuah kerucut, tingginya 6½ cm jari-jari bidang alasnya 2½ cm. Letaknya berbaring dengan sumbunya sejajar bidang I dan III, sedang jarak bidang alasnya terhadap bidang II = 1 cm.
Sumbu kerucut tersebut ada pada jarak 3 cm dari bidang I dan ber jarak 3½ dari bidang III.



Gb. 37

Buatlah:
a) Ketiga proyeksinya
b) Jaring-jaringnya.

JILID II

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEPDIKBUD
Jl. Walikota Mustajab 68

KATA PENGANTAR

Dalam jilid II ini, pada bab terakhir kita bicarakan ilmu proyeksi menurut cara Amerika, agar dapat kita ketahui dimana letak perbedaan antara kedua cara yang telah kita sebut-sebut dalam buku pertama bab pendahuluan.

Lagi pula nomer dari bab-bab dalam buku ini (jilid II), sengaja tidak kita mulai dari nomer I, melainkan kita lanjutkan nomer bab dari buku pertama, sehingga dalam buku ini kita mulai dengan bab XI.

Perlu kami peringatkan, untuk lebih lancarnya dalam kita mempelajari buku ini, kita harus sungguh-sungguh mengerti tentang cara-cara mencari panjang garis sebenarnya dan luas bidang sebenarnya, demikian pula cara memindahkan sudut dan bidang.

Selanjutnya, dari pembaca dan dari siapapun juga kami harapkan kritik kritik yang menuju perbaikan dari pada penyusunan buku ini, demi penyempurnaan dalam memenuhi kebutuhan dilingkungan pendidikan dan pengajaran Teknik dinegara kita ini.

Penyusun: *KARDUN*

BAB XI

Penggulingan benda.

Dalam bab VIII (jilid I), telah kita kenal penggulingan garis dan bidang demikian juga cara memproyeksikannya.

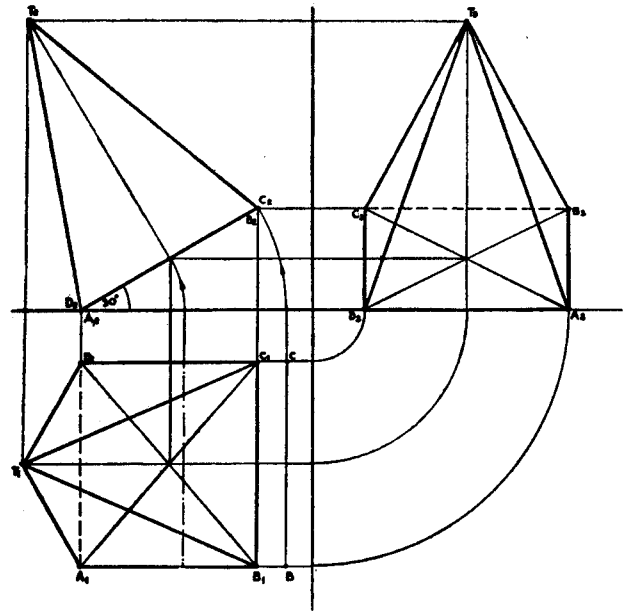
Pada gambar 20 dan 21 jilid I, busur penggulingan itu dapat kita gambar pada bidang proyeksi yang sejajar dengan arah penggulingan itu selalu tegak lurus sumbu pengguling.

Nah, pengalaman ini akan kita pakai juga dalam bab kita sekarang ini, yaitu penggulingan benda.

Contoh:

1) Sebuah limas sisi 4 beraturan terletak pada bidang I dengan rusuk alasnya sejajar bidang proyeksi. Tinggi limas 5½ cm dan panjang rusuk alasnya 3½ cm selanjutnya dengan salah satu rusuk alasnya menjadi sumbu pengguling, limas digulingkan ke kiri, hingga bidang alas limas membentuk sudut 30° terhadap bidang I. Kedudukan sebelum digulingkan sumbu limas berjarak 2½ cm dari bidang III dan 2 cm dari bidang II.
Carilah proyeksinya sesudah digulingkan.
(Jawab: Gambar 1)

Arah penggulingan // Bidang II



Gb. 1

Penjelasan :

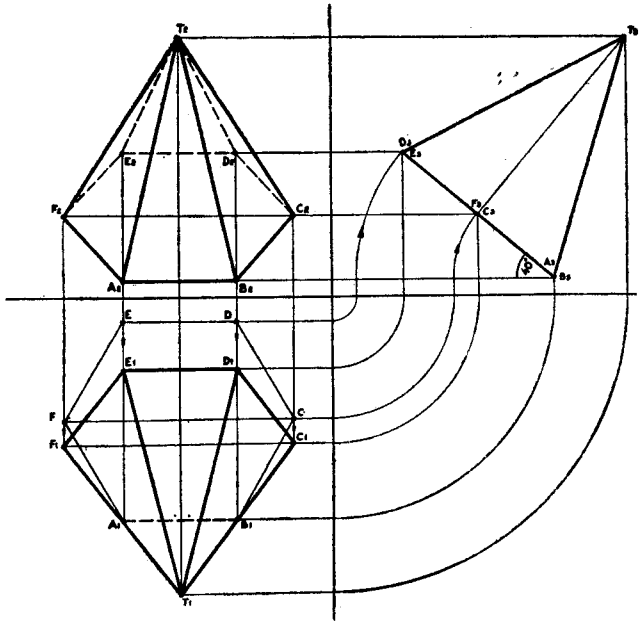
Pada soal ini, berarti arah penggulingan sejajar bidang II, maka busur penggulingnya dapat kita gambar di bidang II itu juga.

2) Sebuah limas sisi 6 beraturan, tingginya 6 cm rusuk alasnya 3 cm, Sumbu limas tersebut tegak lurus bidang I dengan alasnya berjarak ½ cm dari bidang I itu, dan dua rusuk alasnya sejajar dengan bidang II.. Jarak sumbu limasnya dari bidang II dan III masing-masing 3½ cm dan 4 cm. Kemudian, dengan salah satu rusuk alasnya menjadi sumbu pengguling, limas digulingkan ke muka (puncaknya menjauhi bidang II), hingga bidang alasnya membuat sudut 40^o terhadap bidang I.

Carilah ketiga proyeksinya.

(Jawab: Gambar 2).

Arah penggulingan // bidang III



Gb. 2

Peringatan:

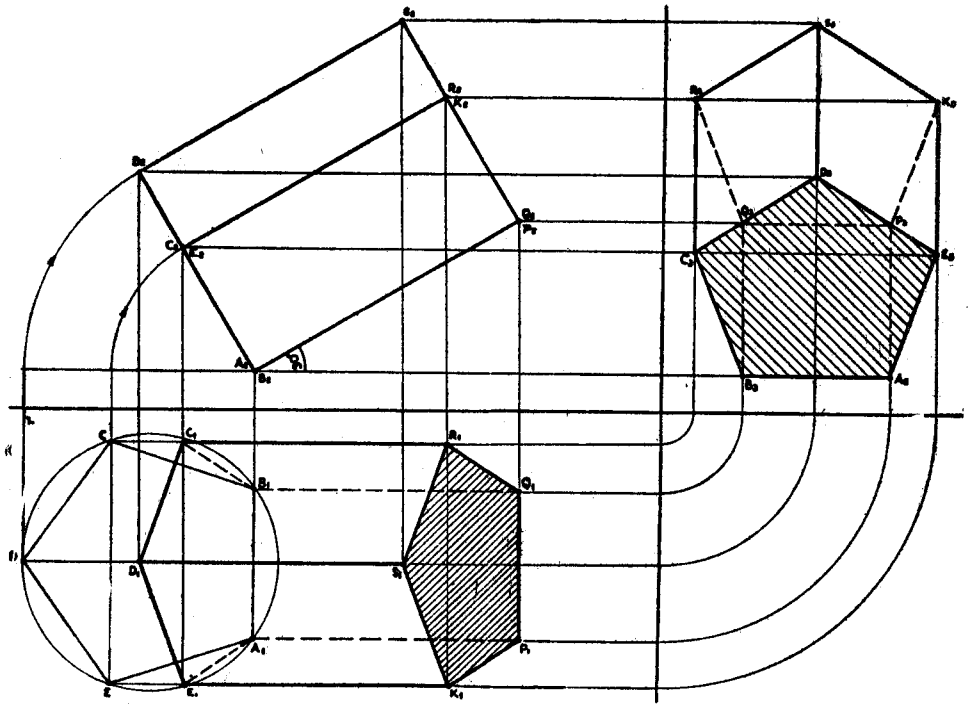
Karena sumbu benda sebelum digulingkan tegak lurus bidang I, maka bidang alas bendanya sejajar bidang I itu, sehingga proyeksi bidang alas sebelum digulingkan berupa segi 6 yang sama dengan yang diproyeksikan.

3) Sebuah prisma segi lima beraturan, tingginya 6 cm. Jari-jari lingkaran luar bidang alasnya ialah 2½ cm. Bidang alas ABCD sejajar bidang I dan berjarak 7 mm. Rusuk alas A B sejajar bidang III dan titik D di sebelah kiri A B.

Proyeksi sumbu benda pada bidang I mempunyai jarak 3 cm dari sumbu mendatar dan 15 cm dari sumbu tegak. Selanjutnya prisma digulingkan ke kanan dengan A B menjadi sumbu penggulingnya, hingga bidang tegak yang berdiri pada rusuk A B itu membentuk sudut 30^o terhadap bidang I.

Buatlah ketiga proyeksinya **(Jawab:** Gambar 3).

Arah penggulingan // Bidang II



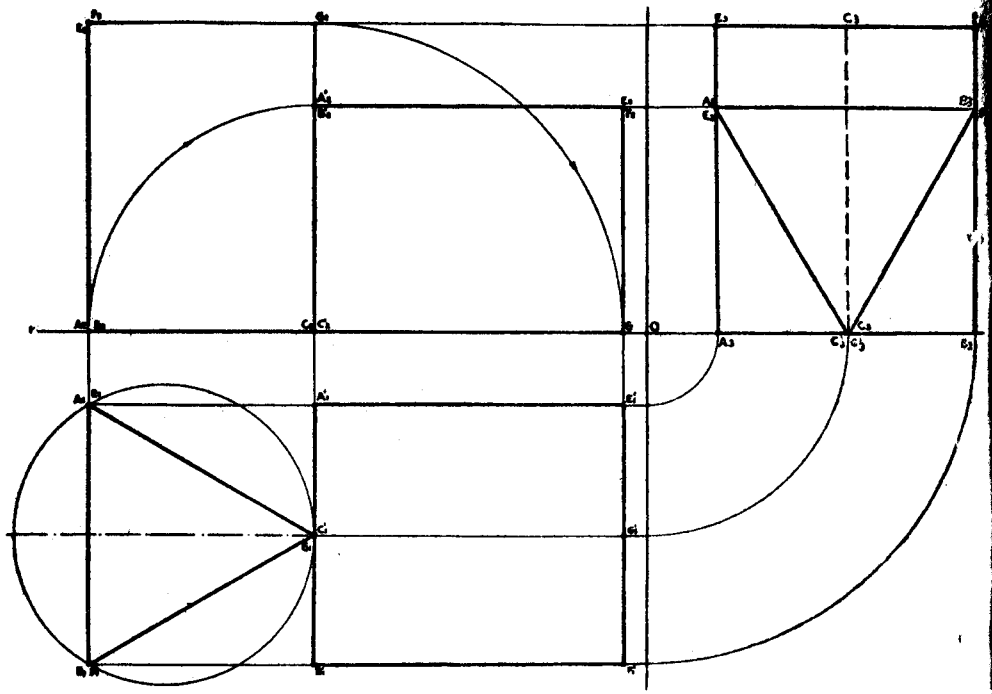
Gb. 3

4) Sebuah prisma sisi tiga beraturan bidang alasnya A B C, bidang tutupnya E F G.

Prisma tersebut terletak pada bidang I (berdiri). Proyeksi sumbunya dibidang I, mempunyai jarak 4 cm dari sumbu mendatar dan 10 cm dari sumbu tegak. Rusuk A B sejajar dengan sumbu tegak dan ada di sebelah kiri sumbu benda. Kemudian dengan titik alas C menjadi titik guling, prisma digulingkan ke arah bidang III, hingga rusuk tegak C E melekat pada bidang I.

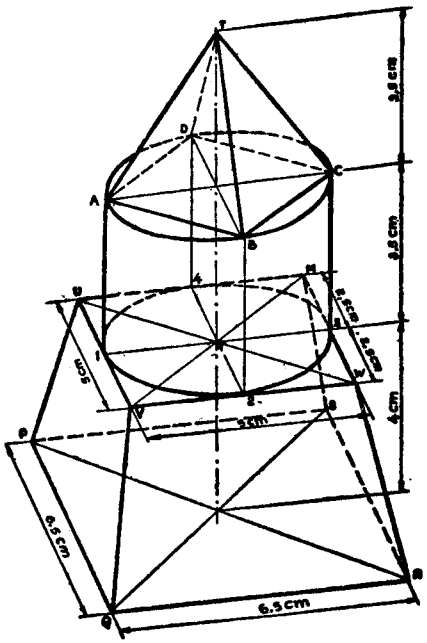
Kalau ditentukan ukuran-ukuran prisma tersebut tingginya 5 cm, jari-jari lingkaran luar bidang alasnya 3 cm, buatlah ketiga proyeksinya sebelum dan sesudah penggulingan. **(Jawab:** Gambar 4).

Arah penggulingan // Bidang II



Gb. 4

5) Sebuah benda yang terlukis dalam gambar 5 itu akan dicari ketiga proyek sinya sesudah digulingkan. Adapun letaknya ditentukan sebagai berikut: Bidang PQRS sejajar bidang I dan ber jarak ½ cm. Rusuk PQ dan RS sejajar dengan bidang III, sedang sumbu bendanya berjarak 3½ cm dari II dan 4 cm dari III. Selanjutnya dengan rusuk alas yang sejajar III itu sebagai sumbu pengguling, benda digulingkan ke kiri (menjauhi bidang III), hingga bidang alas PQRS membuat sudut 30^{o} terhadap I.
Buatlah ketiga proyeksinya.
Cobalah soal ini dijawab sendiri.



Gb. 5

Soal:

1) Sebuah prisma segi 5 beraturan tingginya 6 cm dan rusuk alasnya 4 cm. Bidang alasnya A B C D dan bidang tutupnya E F G H. Rusuk B C membuat sudut 45^{o} membuka ke kanan terhadap bidang II.
Dengan titik sudut alas yang terdekat dengan bidang II menjadi titik gulingnya, prisma digulingkan ke kanan sejajar bidang II, hingga bidang alas prisma membentuk sudut 35^{o} dengan bidang I. Kalau kedudukan sebelum digulingkan sumbu prisma tegak lurus bidang I dan mempunyai jarak 6 cm dari bidang III dan 3½ cm dari bidang II, sedang alasnya berjarak ½ cm dari I, buatlah ketiga proyeksinya sesudah digulingkan itu.

2) Limas sisi 4 beraturan tingginya 6 cm, panjang rusuk alasnya 4 cm. Bidang alasnya sejajar I dan berjarak ½ cm. Sumbu limas terletak pada jarak 2½ cm dari II, dan 3 cm dari III. Rusuk-rusuk alasnya sejajar dengan bidang proyeksi. Kalau sebagai sumbu penggulingnya dipakai rusuk alas yang sejajar II, dan limas digulingkan ke muka (menjadi bidang II), hingga bidang alasnya miring 35^{o} terhadap I. Carilah ketiga proyeksinya.

3) Sebuah silinder tingginya 6 cm, jari-jari bidang alasnya 2½ cm. Sumbunya tegak lurus bidang I dan berjarak 3 cm dari bidang II dan III. Gulingkanlah silinder itu ke kiri sejajar bidang II sampai bidang alasnya membuat sudut 40^{o} dengan bidang I.
Kalau kedudukan semula bidang alas silinder terletak pada I, buatlah ketiga proyeksinya sesudah penggulingan.
Petunjuk:
Untuk silinder, karena bidang alasnya tidak mempunyai penjuru (titik sudut), yang dengan sendirinya tidak mempunyai rusuk-rusuk tegak, maka keliling bidang alas yang berupa lingkaran itu kita bagi menjadi beberapa bagian yang sama, untuk selanjutnya kita buat garis-garis lukis pada keliling silinder itu, yang tiap-tiap garis lukis itu melalui titik-titik pembagian pada keliling alasnya. Maka garis-garis lukis sekeliling tersebut dianggap sebagai rusuk-rusuk tegak. Dalam hal ini hanya sebagai rusuk tegak anggapan dan sebagai pertolongan untuk mendapatkan titik-titik dan membuat bangun sesudah digulingkan. (Ingatlah penggulingan lingkaran pada buku pertama bab VIII).

4) Sebuah kerucut berdiri pada bidang I dengan sumbunya berjarak 3 cm dari II dan 4 cm dari III. Gulingkanlah kerucut itu ke muka sejajar bidang III, hingga sumbu kerucut miring 60^{o} terhadap bidang I.
Kalau tinggi kerucut itu 6½ cm dan jari-jari lingkaran bidang alasnya 2 cm buatlah ketiga proyeksinya.

Peringatan :
Buatlah juga rusuk tegak pertolongan seperti pada silinder itu.

BAB XXII

Penggulingan dengan arah penggulingan serong (arah penggulingan tidak sejajar dengan bidang proyeksi).

Mengenai penggulingan pada buku pertama sebagai yang telah kita bicarakan dalam bab VIII (penggulingan bidang) dan dalam bab XI (penggulingan benda), selalulah arah penggulingannya sejajar bidang-bidang proyeksi dan busur penggulingannya dapat kita gambarkan pada bidang yang sejajar dengan arah penggulingan itu. Kini kita bicarakan penggulingan yang arah penggulingannya tidak sejajar dengan bidang-bidang proyeksi (serong).

Misalnya arah penggulingan serong 60^o terhadap bidang II. Pada penggulingan seperti ini dapatkah kita menggambarkan busur penggulingannya pada bidang, I, II atau III? Tentunya tidak.

Untuk mengetahui perpindahan-perpindahan titik-titik pada bidang-bidang proyeksi, kita harus mengetahui lebih dulu busur penggulingannya pada salah satu bidang, kemudian dapat ditemukan perpindahan-perpindahan titik pada bidang proyeksi lainnya.

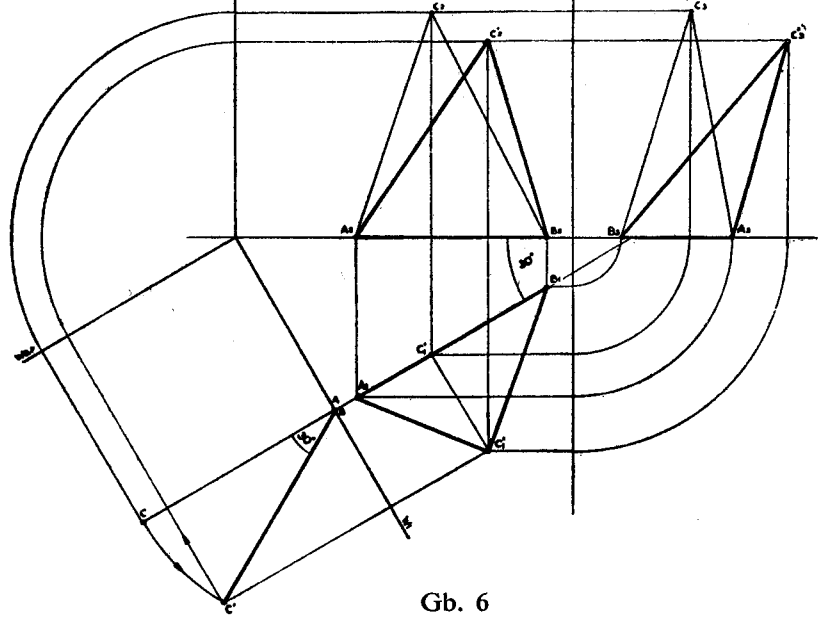
Kita ulangi lagi, bahwa busur penggulingan itu hanya dapat digambar pada bidang yang sejajar dengan arah penggulingan.

Berhubung pada pembicaraan kita ini arah penggulingan serong 60^o terhadap bidang II, maka tak dapatlah kita menggambar busur penggulingan itu pada bidang I, II maupun III.

Untuk ini kita harus memakai bidang pertolongan, yang tugasnya sebagai bidang proyeksi. Bidang pertolongan ini harus kita pasang sedemikian sehingga letaknya sejajar dengan arah penggulingannya, supaya busur penggulingan dapat kita gambarkan pada bidang pertolongan itu. Dan seterusnya kita dapat mengetahui letak-letak titik-titik setelah penggulingan, pada bidang-bidang proyeksinya, yaitu: dengan memproyeksikan dari bidang pertolongan tersebut kebidang-bidang proyeksi.

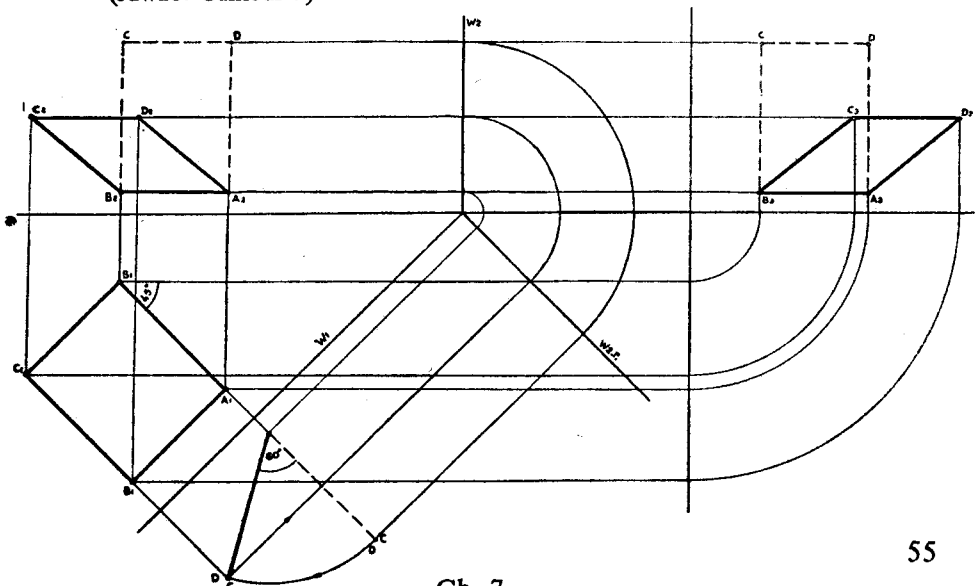
Contoh:

1) Sebuah segi tiga berdiri tegak lurus pada bidang I (dengan alasnya melekat pada bidang I). Segi tiga tersebut membuat sudut 30^o terhadap bidang II. (ukuran segi tiga tentukan sendiri).
   Kemudian dengan alasnya menjadi sumbu pengguling, segi-tiga itu digulingkan menjauhi bidang II, hingga dengan kedudukan semula segitiga tersebut membuat sudut 30^o.
   (Ada dua kemungkinan) Salah satu jawabnya ialah gambar 6. Di sini kita pergunakan bidang W sebagai bidang pertolongan, dan W_1 ialah terusan pertamanya.
   Bidang W ini dipasang tegak lurus terhadap sumbu pengguling, yang berarti sejajar dengan arah penggulingan.



Gb. 6

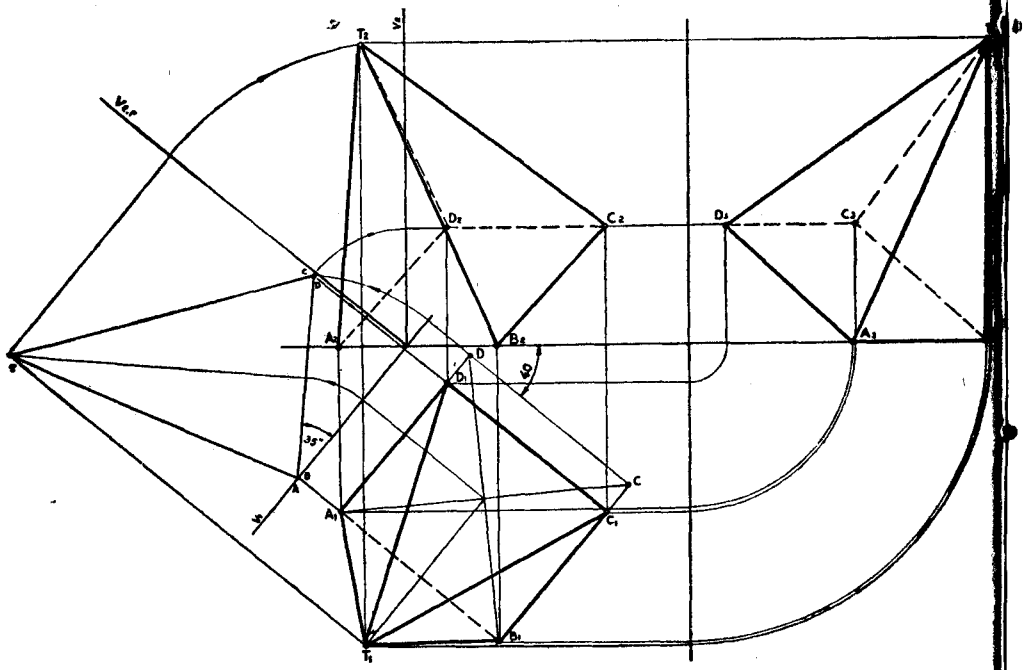
2) Sebuah bujur sangkar sisinya 4 cm. Bujur sangkar tersebut berdiri tegak lurus terhadap I, dengan rusuk bawah sejajar I dan mempunyai jarak ½ cm.
   Terhadap bidang II, bujur sangkar ini membuat sudut 45^o membuka ke kanan. Adapun jarak-jarak titik lainnya terhadap bidang proyeksinya tentukan sendiri.
   Selanjutnya bujur sangkar digulingkan ke muka dengan sisi terbawah menjadi sumbu penggulingnya, sejauh 60^o dari kedudukan mula-mula. Carilah ketiga proyeksinya sesudah penggulingan.
   (Jawab: Gambar 7)



3) Sebuah limas sisi 4 T – A B C D beraturan terletak pada bidang I. Jarak sumbu limas dari bidang II dan III masing-masing 3 dan 4 cm. Rusuk alas C D membuat sudut 40^{o} terhadap sumbu mendatar, membuka ke kanan. Kemudian dengan rusuk alas A B menjadi sumbu pengguling, limas digulingkan men jauhi bidang II, hingga bidang alas limas membentuk sudut 35^{o} dengan bidang I.

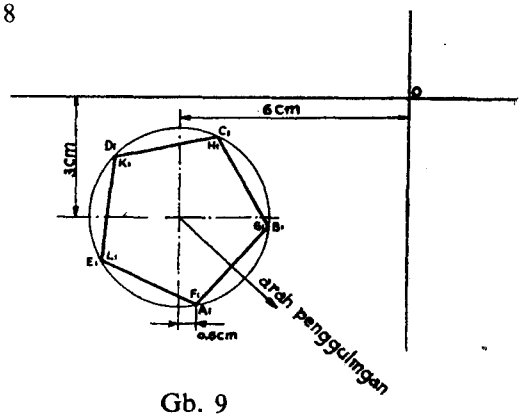
Ukuran limas: tinggi = 6 cm
rusuk alas 4 cm

Buatlah ketiga proyeksinya sesudah digulingkan itu.



Gb. 8

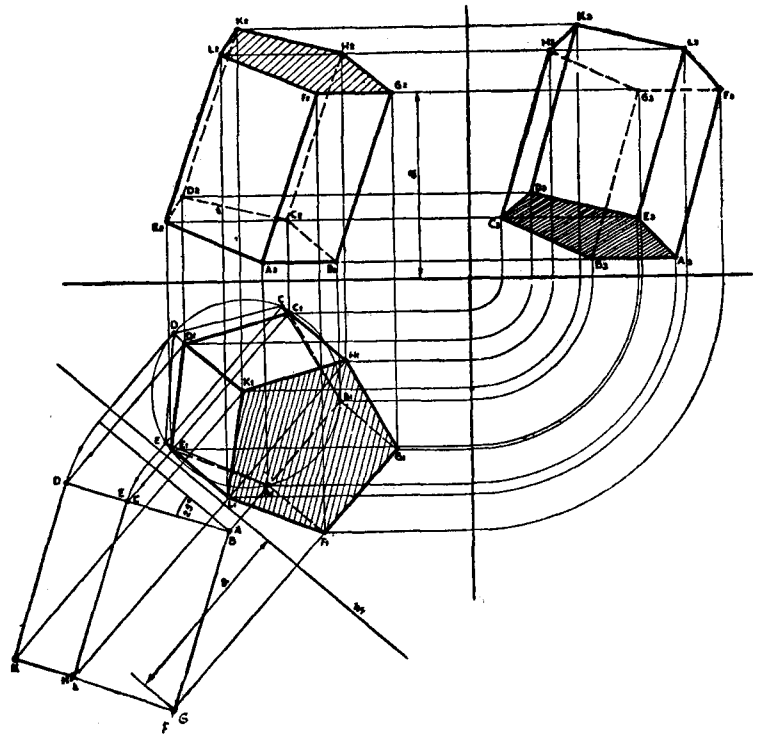
4) Sebuah prisma sisi 5 beraturan, jari-jari lingkaran luar bidang alasnya 2½ cm dan tingginya 5 cm. Bidang alasnya sejajar bidang I dan berjarak ½ cm dari bidang I itu. Letak dan kedudukannya pada bidang proyeksi I beserta jarak-jaraknya terhadap sumbu proyeksi diperlihatkan pada gambar 9.



Gb. 9

Kemudian dengan rusuk alas A B menjadi sumbu pengguling, prisma digulingkan menurut arah anak panah dalam gambar 9 itu, hingga bidang alas prisma membentuk sudut 25^{o} terhadap I.

Buatlah ketiga proyeksinya
(Jawab : Gambar 10).



Gb. 10

Dalam gambar 6 s/d gambar 10, jelas bahwa bidang pertolongan yang kita pakai ialah bidang W. Dan dalam hal ini selalu hanya kita gambarkan terusan pertamanya ialah W_1.
(Periksalah Bab V, jilid I tentang bidang datar).
Telah kita ketahui pula bahwa terusan-terusan itu menunjukkan kedudukan bidang terhadap bidang proyeksinya. Terusan kedua dari bidang pertolongan W itu ialah W_2, dan setelah direbahkan maka W_2 menjadi W_2'.
Perlu kita perhatikan tentang cara mengerjakan gambar 10 itu, ialah cara yang lain dari pada contoh gambar sebelumnya.

Untuk mencari titik-titik pada bidang proyeksi II, tidak kita tarik garis proyektor dari bidang pertolongan, melainkan hanya kita ukur. Jarak titik-titik pada bidang pertolongan itu terhadap W_1 kita ukur dan kita bawa ke bidang II dan kita ukurkan pada garis proyektor yang ke bidang II dari pada titik-titik yang bersangkutan.

Misalnya titik G dan F, jaraknya dari W_1 ialah a, maka jarak a ini kita pasang dari sumbu X ke atas pada garis proyektor G dan F, maka terdapatlah G_2 dan F_2, begitu juga untuk titik-titik lainnya.

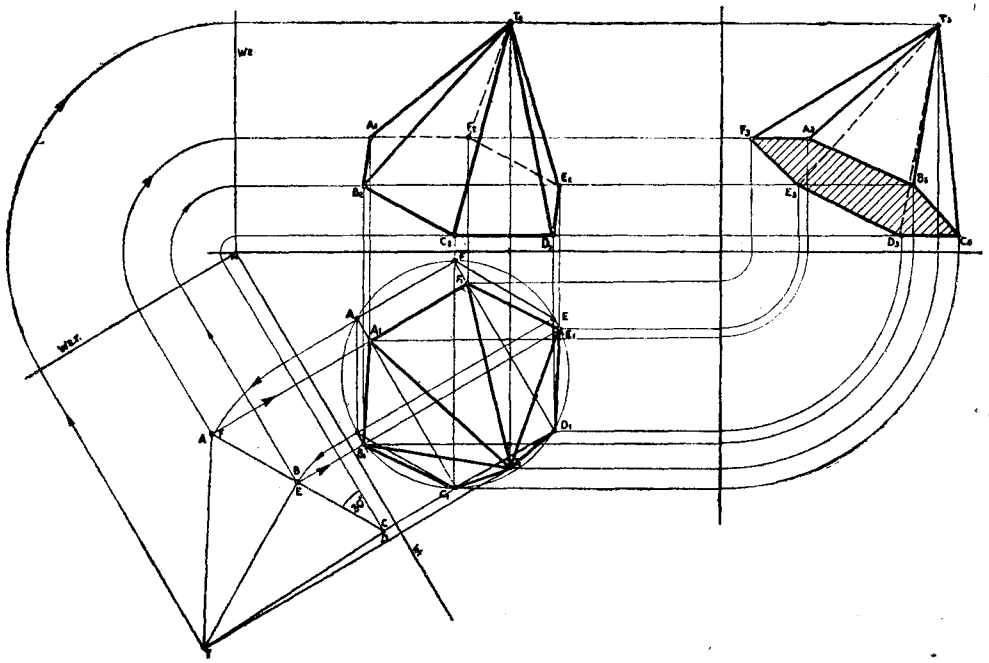
Hal ini kita kerjakan kalau kita memakai halaman yang kurang cukup sehingga dengan begitu dapat lebih ringkas.

5) Sebuah limas T - A B C D E F beraturan tingginya 5 cm rusuk alasnya 3 cm sumbunya tegak lurus bidang I dengan bidang alasnya berjarak ½ cm dari bidang I itu. Letak sumbu limas itu terhadap bidang II dan III berjarak 3½ cm dan 7 cm. Rusuk alas A B dan D E sejajar bidang III.

Gulingkanlah limas tersebut dengan rusuk C D menjadi sumbu pengguling, limas digulingkan hingga bidang alasnya membuat sudut 30^o terhadap **bidang I**.

Buatlah ketiga proyeksinya.

(Jawab: Gambar 11a)



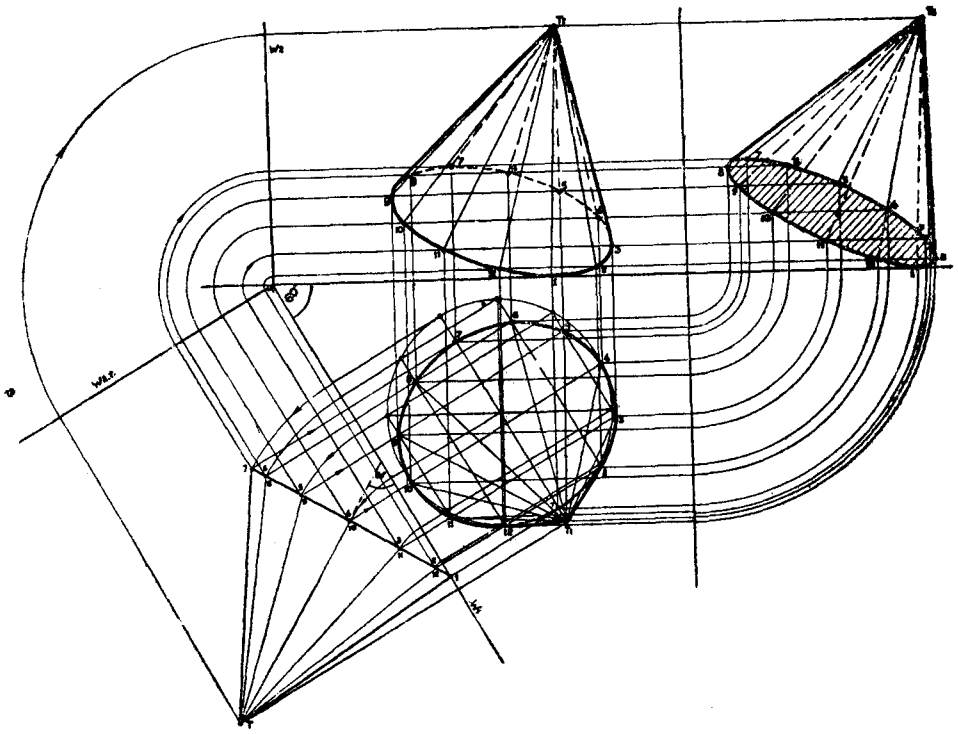
Gb. 11a.

6) Sebuah kerucut, jari-jari bidang alasnya 3 cm dan tingginya 6 cm. Kerucut ini terletak berdiri pada bidang I dengan jarak sumbunya terhadap bidang II dan III masing-masing 3½ dan 5 cm.

Gulingkan kerucut itu dengan satu titik alasnya menjadi titik guling, dengan arah penggulingan serong 60^o ke kanan terhadap bidang II, hingga sumbu kerucut miring 60^o terhadap I.

Buatlah ketiga proyeksinya.

(Jawab: Gambar 11b)



Gb. 11b.

Peringatan:

Dalam membuat gambar yang dalam gambarnya dikerjakan dengan memakai bidang pertolongan, maka sumbu mendatar dan tegak harus kita letakkan dalam kertas gambar, sedemikian sehingga ada ruang untuk menggambar bidang pertolongannya. Untuk ini harus kita pikirkan dahulu sebelum memulai menggambar.

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEPDIKBUD
Jl. Walikota Mustajab 56
BANJARMASIN

Soal - soal:

1) Sebuah prisma sisi tiga beraturan, bidang alasnya A B C. Rusuk alasnya A B sejajar bidang II. Bidang alas sejajar bidang I dan berjarak 7 mm.
Sumbu benda berjarak 3 cm dan 4 cm dari bidang II dan III. Kemudian dengan rusuk A C sebagai sumbu pengguling, prisma digulingkan hingga bidang alasnya membentuk sudut 60^{o} terhadap I.
Carilah ketiga proyeksinya kalau ditentukan tinggi prisma 6 cm dan jari-jari lingkaran luar bidang alasnya 2 cm.

2) Sebuah limas sisi 4 beraturan tingginya 6 cm, rusuk alasnya 4 cm. Bidang alasnya terletak pada bidang I dan titik C (titik-sudut, bidang alas) terletak pada sumbu mendatar. Jarak titik C dari bidang III ialah 7 cm. Rusuk C B membuat sudut 30^{o} terhadap bidang II, membuka ke kanan. Selanjutnya rusuk A D menjadi sumbu pengguling, limas digulingkan sampai bidang alasnya miring 40^{o} terhadap bidang I.
Carilah proyeksi I, II dan III.

3) Sebuah prisma segi 5 beraturan tingginya 5½, jari-jari lingkaran luar bidang alasnya 2½ cm.
Titik alas D terletak pada sumbu O - X dan jaraknya dari salib sumbu 7½ cm. Rusuk alas D C membentuk sudut 35^{o} dengan sumbu O - X tersebut dan menghadap ke kanan. Sebagai sumbu penggulingnya ialah rusuk alas B C, prisma itu digulingkan sampai alasnya membuat sudut 45^{o} dengan bidang I.
Carilah proyeksi sesudah digulingkan itu.

4) Suatu kerucut dengan ukuran: tinggi = 6 cm jari-jari lingkaran bidang alas = 2½ cm. Sumbunya tegak lurus bidang I dengan alasnya mempunyai jarak 4 mm dari bidang I itu. Kerucut itu digulingkan menjauhi bidang II, dengan arah penggulingan serong 60^{o} terhadap bidang II ke kanan.
Sesudah digulingkan bidang alasnya membentuk sudut 30^{o} terhadap bidang I
Carilah ketiga proyeksinya, kalau kedudukan sebelum digulingkan sumbunya kerucut berjarak 3 dan 4 cm masing-masing terhadap II dan III.

5) Sebuah silinder berdiri pada bidang I, dengan sumbunya berjarak 4 cm dan 3 cm masing-masing dari bidang II dan III. Tinggi silinder 6 cm dan alasnya berjari-jari 2½ cm.
Dengan salah satu titik keliling bidang alas menjadi titik pengguling, silinder digulingkan dengan cara penggulingan serong 30^{o} ke kiri terhadap bidang II, sampai sumbu silindernya miring 45^{o} terhadap I.
Buatlah ketiga proyeksinya.

6) Sebuah limas T - A B C D, tingginya 6 cm. Rusuk-rusuk alasnya ialah: A B = 3 cm, B C = 4 cm, C D = 4½ cm dan D A = 5 cm, rusuk A B ⊥ rusuk B C.
Titik C, letaknya paling dekat terhadap bidang II dan mempunyai jarak ½ cm dan 4½ cm, masing-masing dari bidang II dan III.

Rusuk B C membuat sudut 30^{o} terhadap sumbu mendatar (O - X) menghadap ke kanan. Seterusnya, rusuk alas D A menjadi sumbu pengguling, limas digulingkan menjauhi bidang II sampai bidang alasnya miring 35^{o} terhadap I.
Carilah ketiga proyeksinya.

B A B XIII

Irisan (potongan).

Jika sebuah benda di-iris (dipotong) oleh suatu bidang datar, maka bekas irisan (bidang irisan) yang didapat ialah datar pula.
Pengirisan sesuatu benda itu mungkin penuh, yaitu pengirisan yang meliputi penampang benda, dan mungkin pengirisan tak penuh yaitu pengirisan yang hanya mengiris sebagian dari penampang..
Bangun dari bidang irisan itu tergantung oleh :

1) Macamnya benda yang di iris
2) Sikap bidang pengirisnya
3) Penuh atau tidaknya pengirisan itu.

Jika irisannya penuh, maka bidang irisannya berupa segi banyak yang sesuai dengan penampang bendanya.

Mengenai sikap bidang pengiris, kalau bidang pengirisnya miring, maka bidang irisannya akan lebih luas dari pada penampang benda yang di-iris, dan bila pengirisannya tegak, maka bidang irisannya berupa segi banyak yang sesuai dengan penampang bendanya dan tentu sama dan sebangun.

Pengirisan penuh dari benda yang berpenampang segi 3, 4, 5, 6, N bidang irisannya akan berupa segi 3, segi 5, segi 6, segi N.

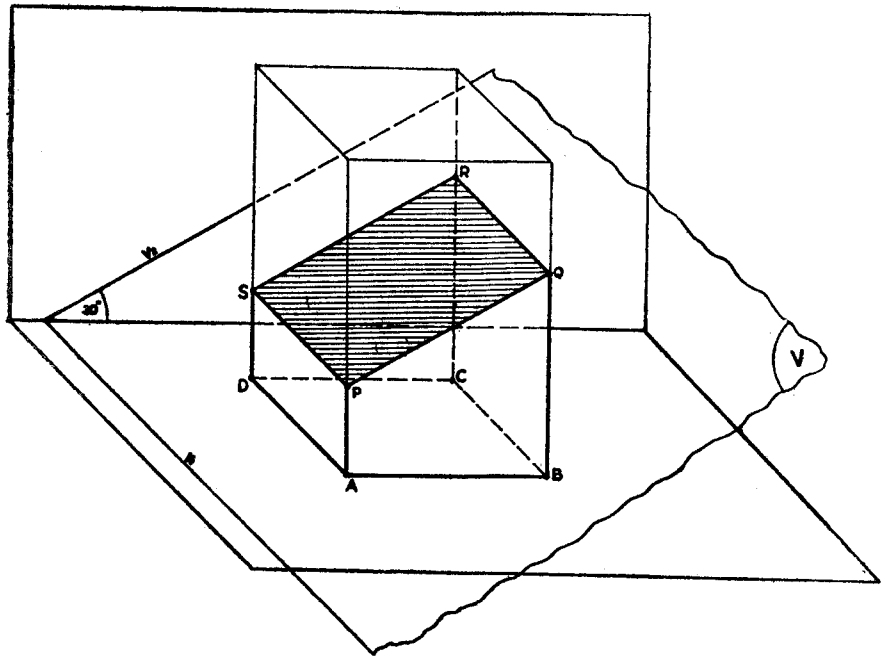
SIKAP BIDANG PENGIRIS.

Dalam bab V telah kita bicarakan tentang letaknya bidang terhadap bidang-bidang proyeksi, telah kita lihat juga berbagai letak/sikap yang pokoknya dapat kita sebut dua macam letak, yaitu :

1) Letaknya sembarang (tidak tegak lurus dengan bidang proyeksi yang manapun juga).
2) Letaknya tegak lurus terhadap bidang proyeksi
Demikian itu pulalah letaknya bidang pengiris.

1) Bidang pengiris tegak lurus terhadap salah satu bidang proyeksi.

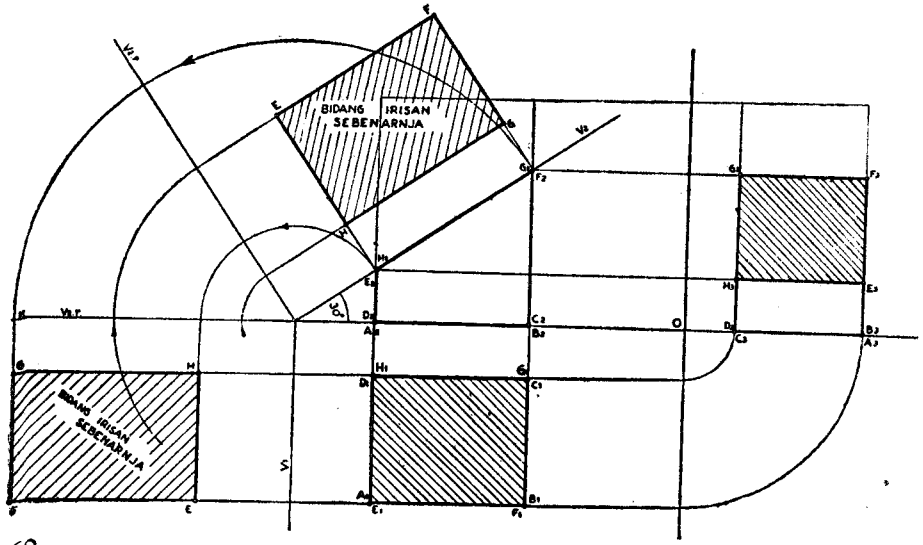
Pertama-tama, kita ambil contoh bidang pengirisnya tegak lurus terhadap bidang II. Ini diperlihatkan pada gambar 13, yaitu gambar 12a (steriometris = menurut ilmu ukur ruang), dan gambar 12b gambar proyeksinya, sedang gambar 12c ialah jaring-jaringnya.



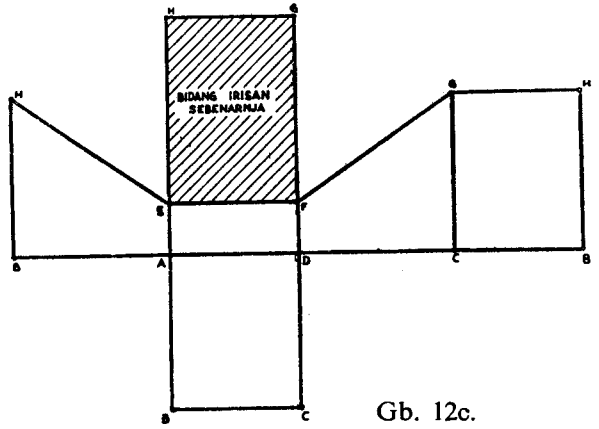
Gb. 12a.

bidang II. Ini diperlihatkan pada gambar 12, yaitu gambar 12a (steriometris = menurut ilmu ukur ruang) dan gambar 12 b gambar proyeksinya, sedang gambar 12c ialah jaring-jaringnya.

Bidang Pengiris V tegak lurus Bidang II



Gb. 12b.



Gb. 12c.

Dalam gambar 12 itu ditunjukkan sebuah prisma segi 4 beraturan terletak pada bidang I, dengan bidang-bidang sisinya (bidang tegaknya) sejajar dengan bidang-bidang proyeksi. Dan selanjutnya, oleh bidang V yang tegak lurus terhadap bidang II dan membuat sudut 30^{O} terhadap bidang I (membuka ke kanan), prisma tersebut dipotong (di-iris).

Dalam hal ini pengirisannya ialah penuh.

Kemudian akan dicari :

1) Ketiga proyeksinya sesudah pengirisan
2) Bentangannya (jaring-jaring).

Lihat gambar. Karena bidang pengiris (V) tegak lurus bidang II dan membentuk sudut 30^{O} terhadap bidang I, maka V_1 sb. O - X dan V_2 membentuk sudut 30^{O} terhadap sumbu O - X itu.

Bandingkan hal ini dengan gambar 24, bab IX jilid I.

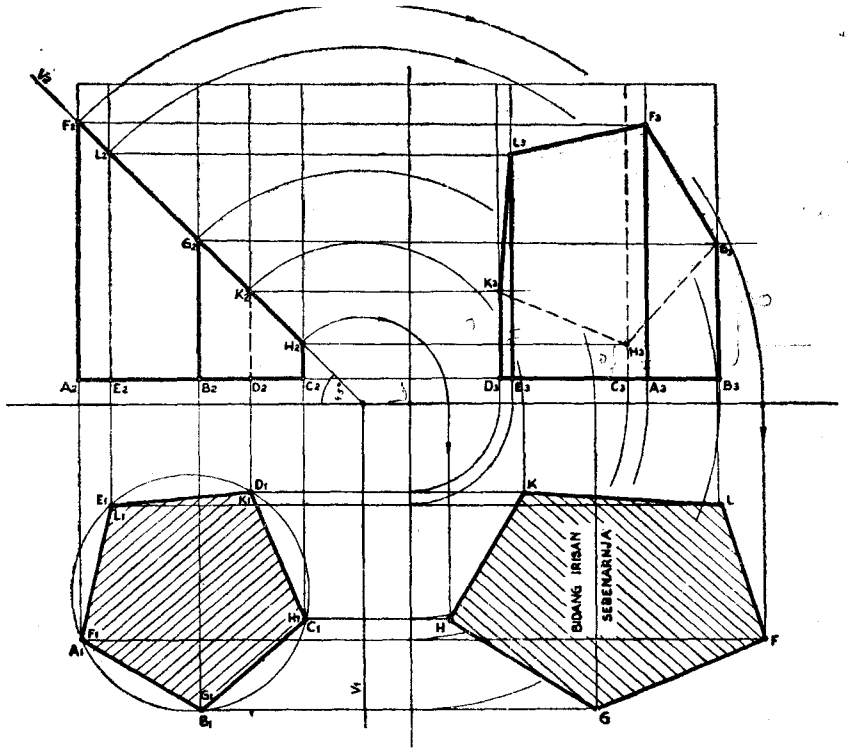
Dengan mengingat gambar 24b jilid I, maka untuk mencari bidang irisan sebenarnya dalam bab ini, juga kita kerjakan tidak hanya dengan satu cara (lihat gambar 12b).

Dalam gambar tersebut digambar dengan dua cara, yaitu: cara pertama bidang V direbahkan ke bidang I dan cara kedua, bidang V direbahkan ke bidang II. Terlihat dengan jelas adalah sesuai benar dengan gambar 24a dan 24b jilid I.

Selanjutnya periksalah gambar 13. Dalam gambar 13 itu ditunjukkan sebuah prisma segi 5 beraturan yang bidang alasnya sejajar bidang I dan mempunyai jarak tertentu terhadap bidang I itu. Dan oleh bidang V yang tegak lurus terhadap bidang II dan miring 45^{O} terhadap bidang I (menghadap ke kiri), prisma dipotong.

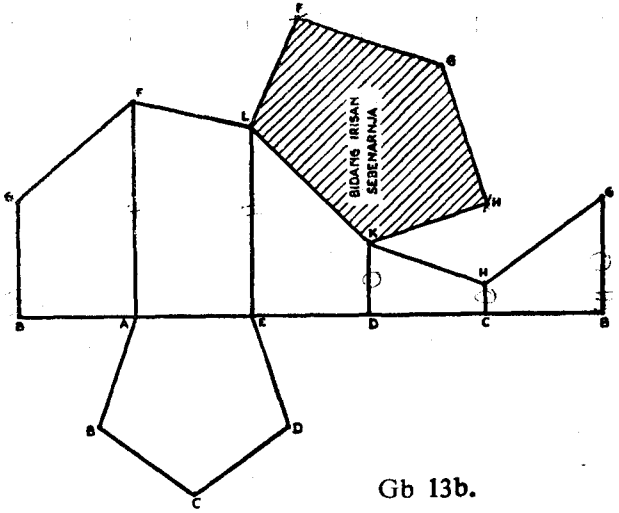
Kemudian dicari :

1) ketiga proyeksinya
2) jaring-jaringnya



Gb. 13a.

Dalam gambar, bidang irisan sebenarnya hanya dicari dengan satu cara, maka dipersilahkan kepada pelajar dan pembaca untuk mencarinya dengan cara lainnya.

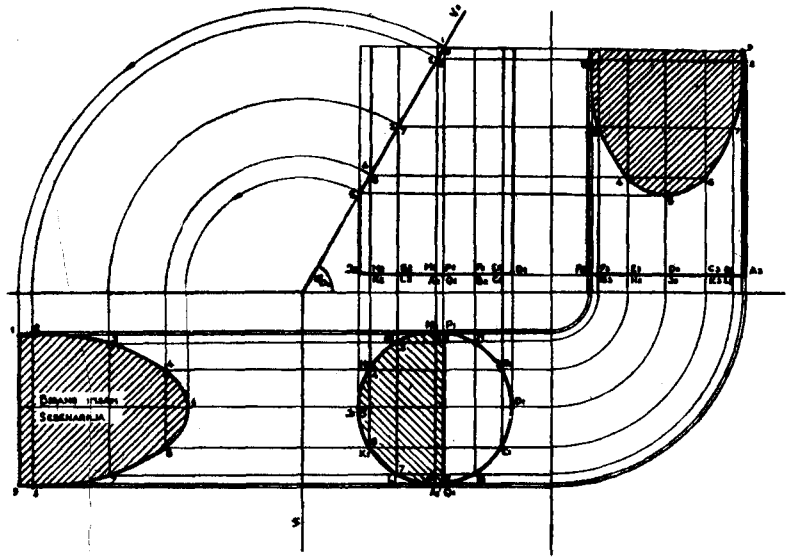


Gb 13b.

Contoh - contoh:

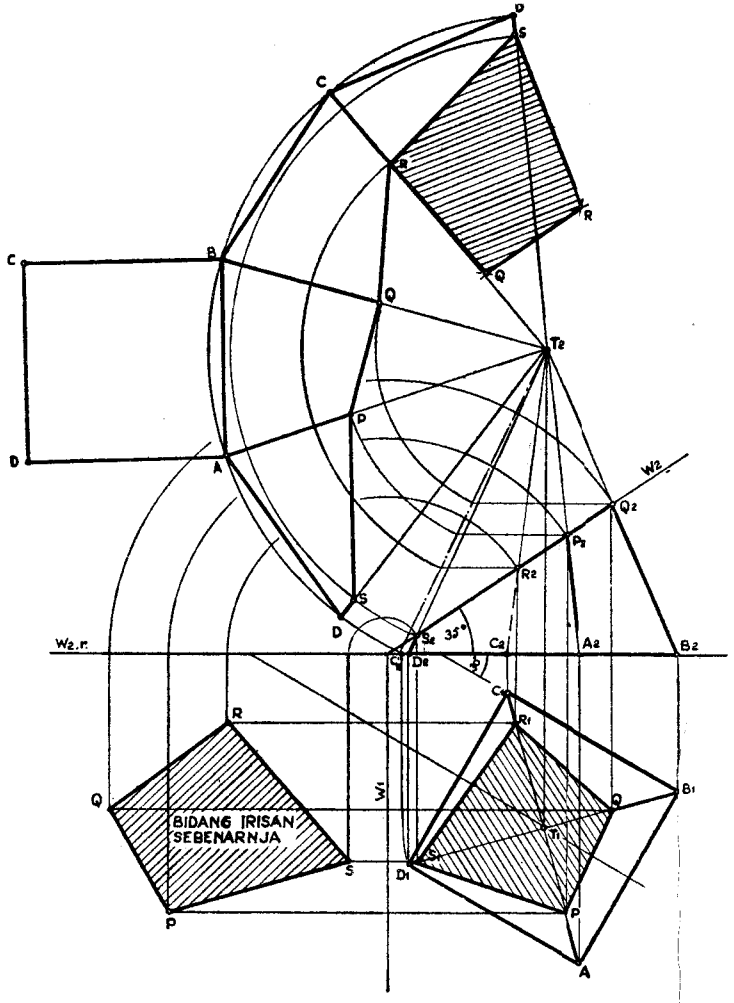
1) Sebuah silinder tingginya 6 cm jari-jari bidang alasnya 2 cm. Sumbu silinder tegak lurus bidang I dengan alasnya berjarak ½ cm terhadap I dan jarak sumbu silinder tersebut terhadap II dan III masing-masing 3 cm. Silinder ini dipotong oleh bidang V yang membuat sudut 60^{o} dengan bidang I. Terusan pertamanya (V_1) tegak lurus sumbu O X dan berjarak 6½ dari salib sumbu.
Gambarkan ketiga proyeksinya dan bidang irisan sebenarnya (Jawab: gambar 14)

Coba gambarkan pula jaring-jaringnya.



Gb. 14

2) Sebuah limas sisi 4 beraturan terletak pada bidang I, Sumbu limas terletak pada jarak 14 cm dari tepi kertas kiri dan 3½ cm di muka sumbu mendatar (O - X).
Rusuk alas yang terdekat dengan sumbu mendatar membuat sudut 30^{o} dengan sumbu mendatar itu dan menghadap ke kanan. Kemudian limas dipotong oleh bidang W yang membuat sudut 30^{o} dengan bidang I. Terusan pertamanya (W_1) berjarak 3½cm di sebelah kiri sumbu limas (W_1 sb. O - X)
Jika ditentukan tinggi limas 6½cm, panjang rusuk alasnya 4 cm. Buatlah :
   1) Proyeksi I dan II
   2) Jaring-jaring limas sesudah dipotong.
   (Jawab: Gambar 15)

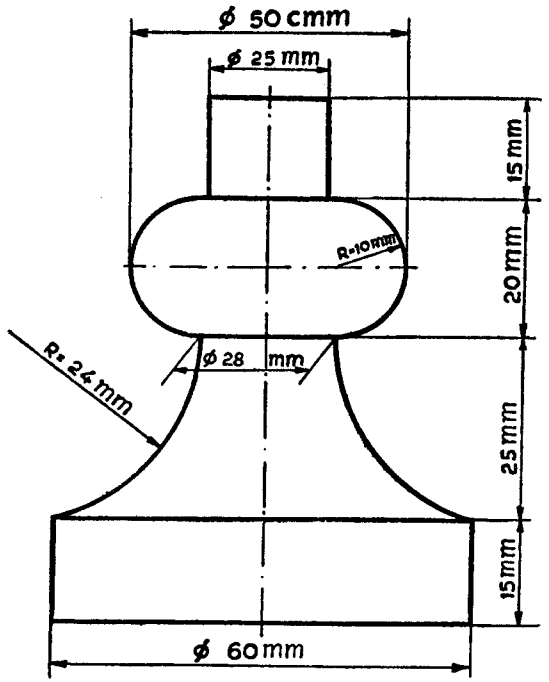


Gb. 15

Peringatan:

Dalam gambar terlihat dengan jelas bahwa ke-empat rusuk tegaknya (TA, TB, TC dan TD) tidak ada yang sejajar dengan bidang proyeksi, sehingga proyeksi dari pada rusuk-rusuk tegaknya pada ketiga bidang proyeksi belum merupakan panjang sebenarnya. Maka panjang sebenarnya untuk membuat bentangannya harus kita cari dulu.

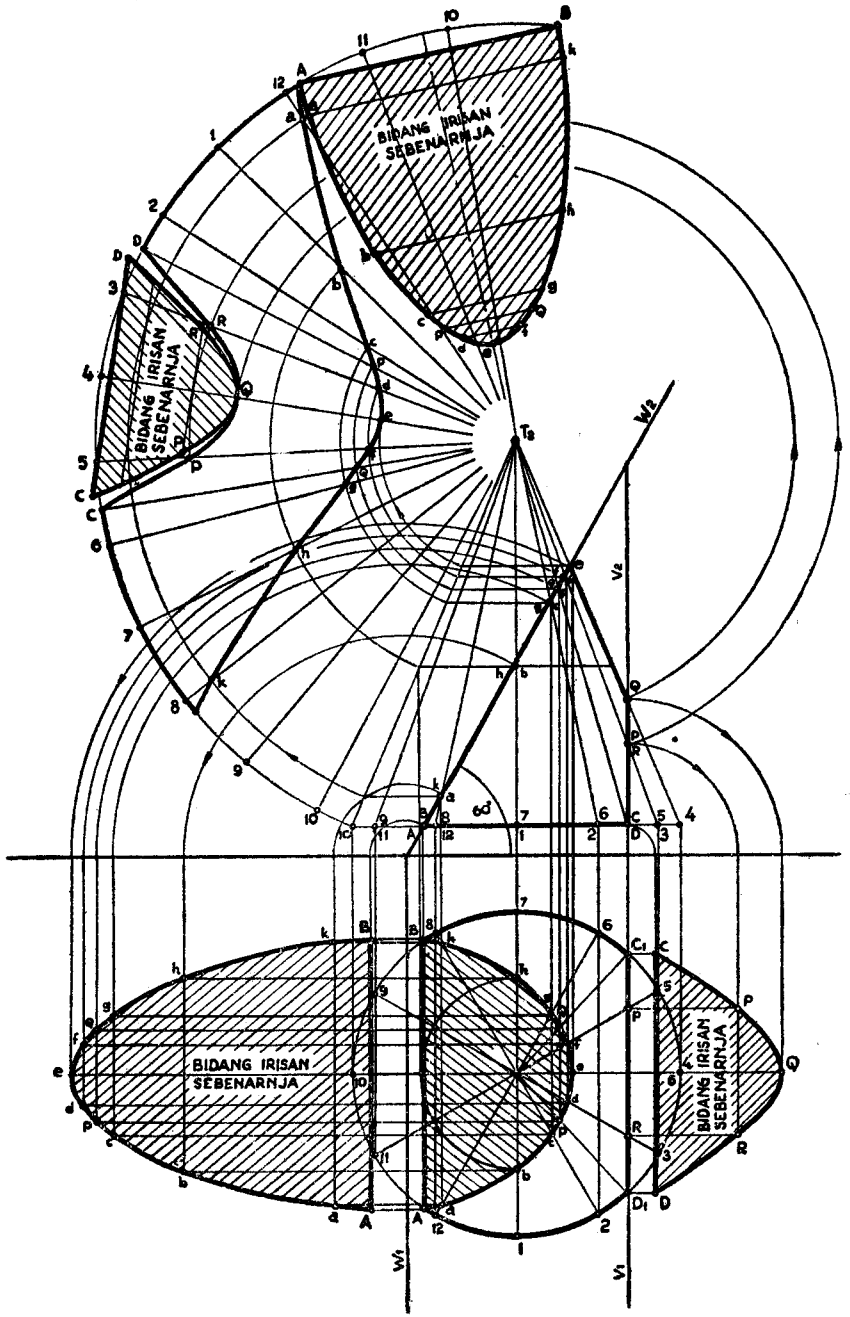
Caranya sesuai dengan gambar 29 s/d 31 jilid I.



Gb. 16

3) Sebuah kerucut di atas bidang I. Bidang alasnya sejajar bidang I dan mempunyai jarak ½ cm. Sumbu kerucut 12½ cm di sebelah kanannya tepi kertas kiri dan 4 cm di muka bidang II. Kerucut dipotong oleh bidang W_1 yang membuat sudut 60^o dengan bidang I. Terusan pertama W_1 tegak lurus sumbu mendatar dan berjarak 2 cm di sebelah kiri sumbu kerucut.
Lalu, dipotong lagi oleh bidang V. Bidang V ini tegak lurus bidang I maupun II (Jadi bidang V // III). Adapun letaknya bidang V 2 cm di sebelah kanan sumbu kerucut.
Apabila tinggi kerucut 7 cm dan jari-jari bidang alasnya 3 cm buatlah:
a) Proyeksi I dan II
b) Bangun sebenarnya dari kedua bidang irisan itu
c) Jaring-jaring kerucut sesudah di-iris

(Jawab: periksa gambar 17)

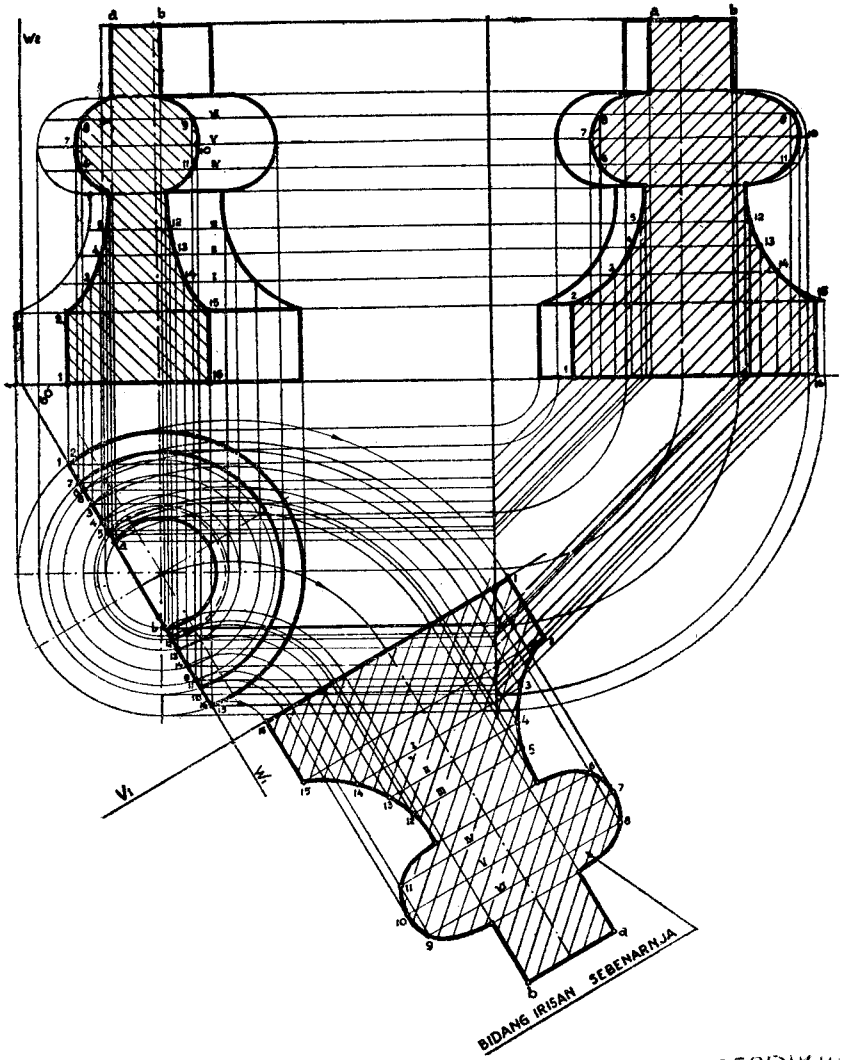


Gb. 17

4) Sebuah benda yang bangunnya seperti pada gambar 16 yang ditentukan ukuran-ukurannya itu, terletak pada bidang I dan sumbunya mempunyai jarak terhadap bidang II dan III masing-masing 4 cm dan 7 cm, lalu dipotong oleh bidang W. Terusan W_1 membentuk sudut 60^o dengan sb O X dan terletak ½ cm di sebelah kiri sumbu benda. Bidang W tegak lurus dengan bidang I.

Carilah 1) Ketiga proyeksinya
2) Bangun bidang irisan sebenarnya.

(Jawab: Gambar 18)

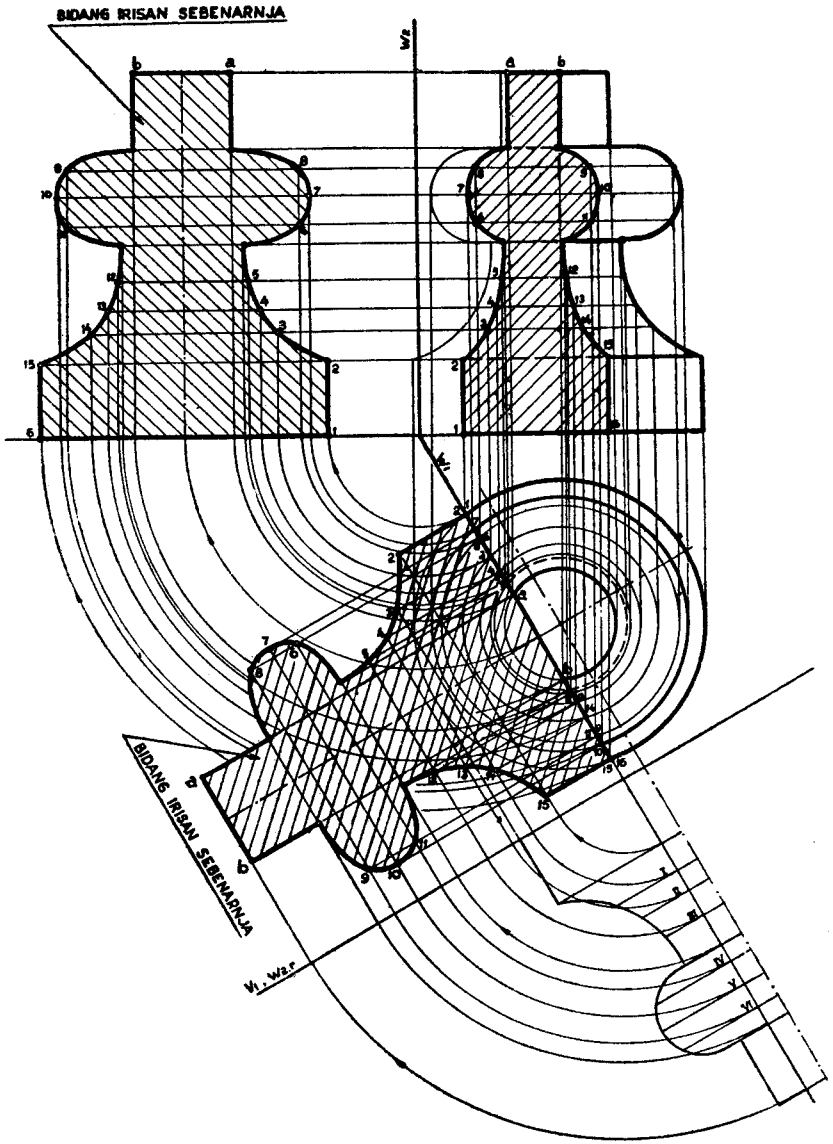


Gb. 18

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEPDIKBUD
Jl. Walikota Mustajab 68

Penjelasan :

Karena bendanya berbangun sulit dan mempunyai bidang-bidang yang lengkung bulat, maka cara mengerjakan dalam menentukan titik-titik potong (mencari bidang irisannya pada ketiga proyeksinya) kita harus membuat pertolongan, yaitu pada bagian yang lengkung bulat itu kita buat gelang-gelang pertolongan.



Gb. 18a.

Jadi seakan-akan pada bendanya dibagian lengkung itu, kita pasang gelang-gelang (I, II, III, IV, V dan VI). Gelang-gelang ini kita proyeksikan ke bidang I, berupa lingkaran lingkaran dan oleh W_1 terpotong pada titik-titik: 3, 4 5, 6, dan seterusnya sampai titik 14. Sesudah itu titik-titik ini kita proyeksikan ke bidang II, dan terdapatlah proyeksi bidang irisannya dibidang II. Untuk bidang III, tinggal memproyeksikan dari bidang I dan II.

Selanjutnya, untuk menggambar bidang irisannya, bila tempatnya tidak cukup, maka bidang irisan sebenarnya itu dapat kita gambar seperti yang terlihat pada gambar 18. Jadi bidang irisannya kita putar ke kanan, dengan titik 16 menjadi titik putarnya, hingga bidang ini melekat pada bidang pertolongan V. Sesudah itu direbahkan ke bidang I.

Cara lain untuk mencari bidang irisan sebenarnya ialah ditunjukkan oleh gambar 18a.

5) Sebuah bola yang bergaris tengah 8 cm terletak pada bidang I.

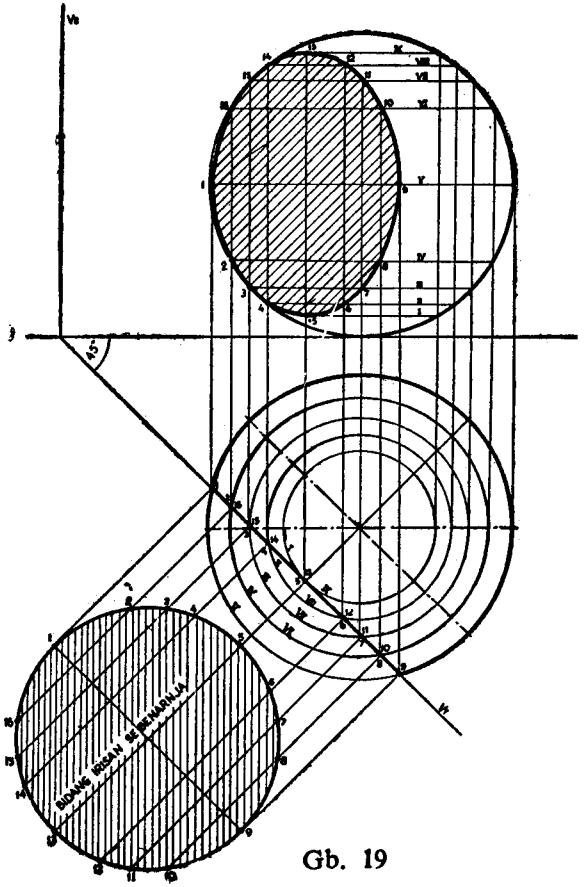
Pusat lingkaran bola di bidang I berjarak 12 cm dari tepi kiri kertas gam bar dan 5 cm di muka bidang II.

Bidang V yang tegak lurus bidang I memotong bola itu. V_1 membuat sudut 45^o dengan sumbu mendatar dan terhadap pusat lukisan bo la tersebut mempunyai jarak 2 cm disebelah kiri bawah.

Carilah.

1) Proyeksi I dan II
2) Bidang irisan sebenarnya.

(Jawab: Gambar 19)



Gb. 19

Penjelasan:

Dalam hal ini, oleh karena bola itu juga berbidang lengkung bulat, maka untuk menentukan titik-titik potongnya, kita pakai juga gelang-gelang pertolongan. Gelang pertolongan yang terkecil disinggungkan bidang pengirisnya, sedang gelang-gelang pertolongan lainnya akan terpotong oleh bidang

pengiris tersebut masing-masing pada dua titik. Dari bidang I titik-titik ini diproyeksikan kebidang II, sehingga tergambarlah bidang irisannya dibidang II.

Dalam gambar terlihat, bahwa bidang irisnya kita temukan dengan tidak usah memproyeksikan titik-titik dari bidang II, karena bentuk bidang irisan dari bola itu selalu berupa lingkaran. Tetapi baiklah pula dicoba sendiri mencari bidang irisan sebenarnya dengan memproyeksikan dari I dan II.

Soal - soal :

1) Limas sisi 4 beraturan tingginya 6 cm, rusuk alasnya 4 cm. Salah satu rusuk alasnya membuat sudut 45^{o} terhadap sumbu mendatar. Bidang alasnya sejajar bidang I dan berjarak ½ cm. Sumbu benda ada pada jarak 3½ cm dari II dan 4 cm dari III. Kemudian limas dipotong oleh bidang V yang sejajar bidang III. Bidang V ini terletak 1½ cm disebelah kiri sumbu limas.

   Carilah: 1) Ketiga proyeksinya
   2) Jaringan-jaringannya

2) Sebuah kerucut, tingginya 6 cm, jari-jari bidang alasnya 3 cm. kerucut ini terletak berdiri pada I. Letak sumbu bendanya, 3 cm dari bidang II dan 5 cm dari bidang III.

   Bidang V yang sejajar dengan III dan terletak pada jarak 1½ cm dari bidang II dan 5 cm dari bidang III.

   Bidang V yang sejajar dengan III dan terletak pada jarak 1½ cm di sebelah kanan sumbu kerucut, memotong kerucut itu.

   Selanjutnya kerucut dipotong lagi oleh bidang W yang miring 45^{o} terhadap I, tetapi tegak lurus dengan bidang II. Terusan pertama bidang W ialah W_1 terletak pada jarak 2 cm di sebelah kiri sumbu kerucut.

   Gambarkan:
   1) Ketiga proyeksinya
   2) Jaring-jaringnya

3) Limas segi 4 beraturan T - A B C D panjang rusuk alasnya 4 cm tingginya 5½ cm. Limas ini berdiri pada salah satu rusuk alasnya yaitu B C di bidang I dan B C ini sejajar dengan bidang II dan berjarak 4½ cm dari bidang III itu.

   Letak limas tersebut sedemikian rupa hingga bidang T B C (bidang tegak) membuat sudut 60^{o} dengan bidang I dan menghadapnya ke kanan.

   Jarak A B terhadap II = 5 cm dan

   Jarak C D terhadap III = 1 cm.

   Kemudian limas yang sudah miring ini dipotong oleh bidang V yang sejajar dengan bidang III. Bidang pengiris V itu berjarak 1 cm dari rusuk B C di sebelah kanannya.

   Buatlah: Ketiga proyeksinya dan jaring-jaringnya.

4) Suatu prisma sisi 5 beraturan berdiri pada bidang I dengan sumbunya mempunyai jarak terhadap bidang I dan II masing-masing 4 cm dan 5 cm. Selanjutnya prisma digulingkan ke kanan dengan salah satu rusuknya yang sejajar dengan III menjadi sumbu pengguling, hingga bidang alasnya membuat sudut 30^{o} dengan bidang I.

   Kemudian bidang W yang sejajar dengan bidang III dan berjarak 2½ cm dari III itu memotong prisma yang sudah digulingkan itu.

   Kalau tinggi prisma 5½ cm dan jari-jari lingkaran luar bidang alasnya 2½ cm, buatlah :
   1) Ketiga proyeksinya.
   2) Jaring-jaringnya.

5) Sebuah silinder panjangnya 6 cm garis tengahnya 5 cm berbaring di atas bidang I dengan sumbunya sejajar bidang I dan II dan jaraknya dari bidang I dan II masing-masing 3 cm dan 4 cm.

   Bidang tutup yang dekat dengan bidang III berjarak 1½ cm dengan bidang III itu. oleh bidang W yang tegak lurus bidang II, tetapi membuat sudut 50^{o} dengan bidang I, silinder di iris.

   Bidang W itu memotong sumbu O X pada sebuah titik yang berjarak 4 cm dari salib sumbu.

   Gambarlah:
   1) Ketiga proyeksinya
   2) Jaring-jaring silinder sesudah di-iris (ambillah bagian silindernya yang besar).

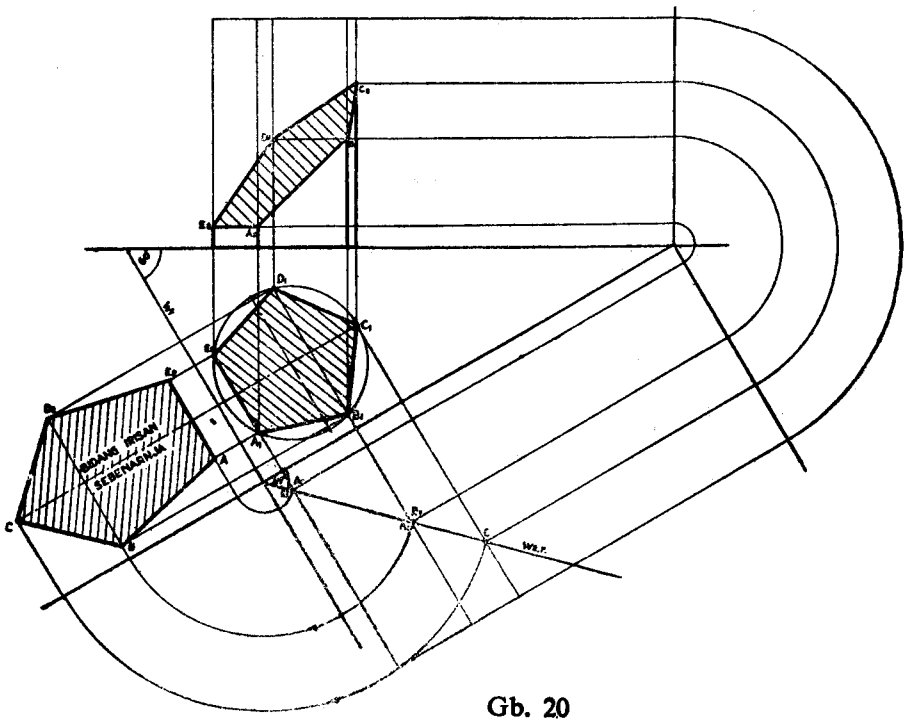
II. Bidang pengiris tidak tegak lurus dan tidak sejajar dengan bidang-bidang proyeksi.

Dalam hal ini kita tidak dapat mengerjakan dengan cara seperti yang sudah kita kerjakan itu. Tetapi di sini kita harus mempergunakan bidang pertolongan.

Adapun letaknya bidang pertolongan ini harus kita pasang sedemikian rupa hingga tegak lurus terhadap bidang pengirisnya. Dengan begitu garis potong bendanya dapat kita proyeksikan ke-bidang pertolongan itu, yang selanjutnya gambar bidang irisannya pada bidang I dan II dapat kita proyeksikan dari bidang pertolongan ini. Sedang untuk bidang III, tinggal memproyeksikan dari I dan II itu.

Contoh:

1) Sebuah prisma segi 5 beraturan tingginya 6 cm, jari-jari lingkaran luar bidang alasnya 2 cm.
   sumbu mendatar (O - X)
   3 cm di muka bidang II, dengan alasnya melekat pada I.

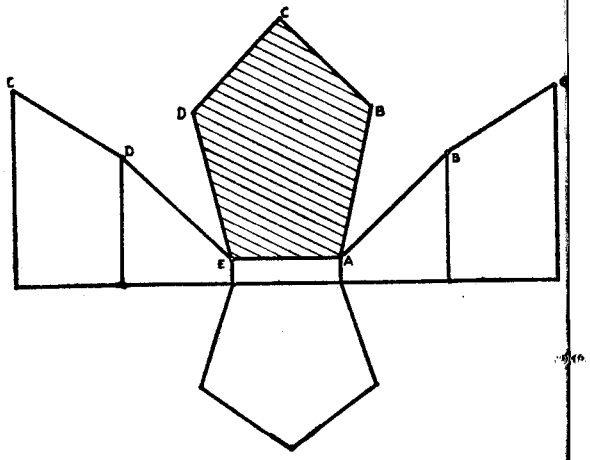


Gb. 20

Seterusnya prisma dipotong oleh bidang W yang membuat sudut 45° dengan bidang I.
Terusan pertama W_1 membuat sudut 60° dengan sumbu O-X menghadap ke kanan.
Salah satu rusuk alas terdekat dengan W_1 sejajar dengan W_1 itu.
Buatlah:

1) Ketiga proyeksinya
2) Jaring-jaringnya.

(Jawab: Gambar 20, dengan jaring-jaringnya gambar nomer 21).



Gb. 21

Penjelasan :

Dalam gambar terlihat, bahwa rusuk alas yang terdekat dengan W_1 ialah A E. Adapun bidang pertolongan yang kita pakai ialah bidang O, dan O itu ialah tegak lurus bidang W.

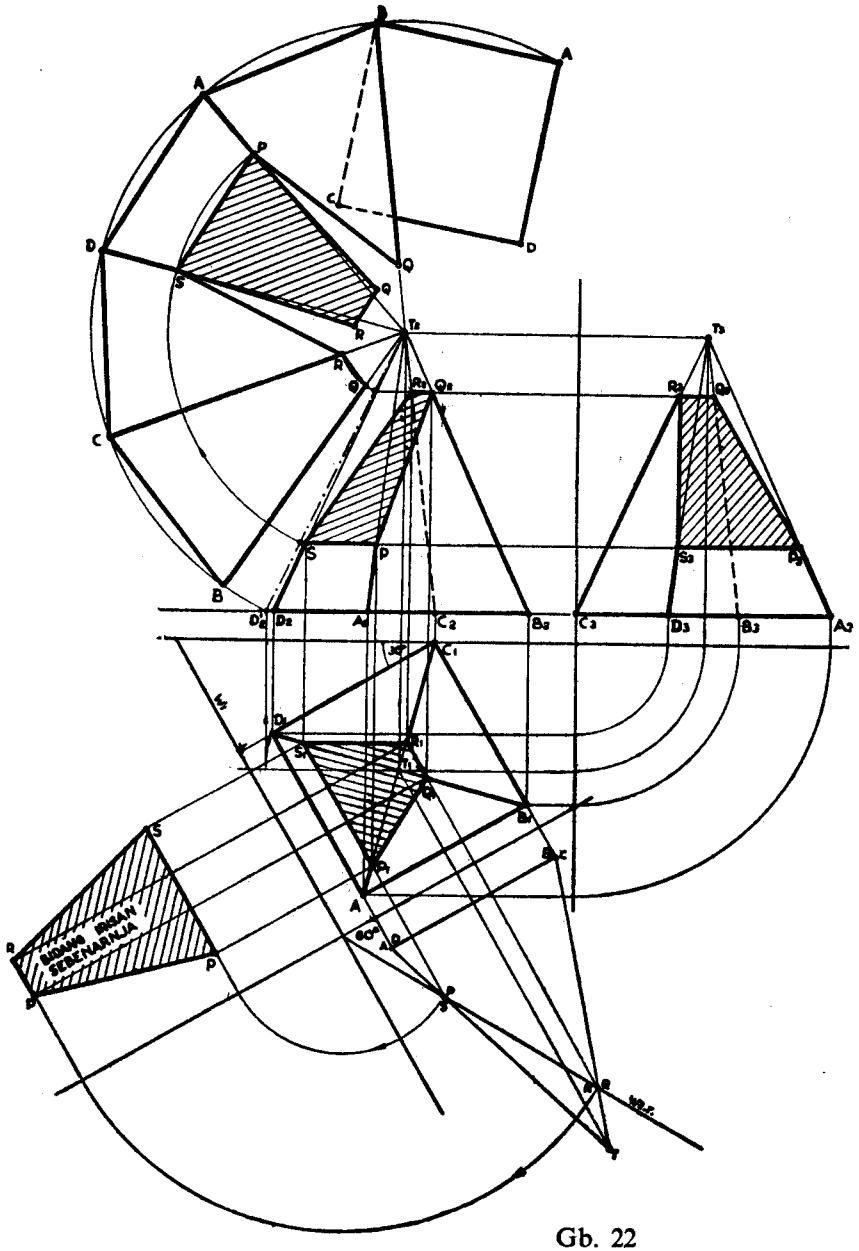
Terusan bidang W dengan bidang II ialah W_2, tidak dapat kita gambar dibidang II, melainkan hanya dapat kita gambar pada bidang pertolongannya itu. Kelihatan pula dalam gambar, bahwa benda bersama bidang pengirisnya kita proyeksikan ke bidang pertolongan.
Dalam hal ini, gambar (proyeksi) pada bidang pertolongan itu hanya dapat kita lihat, kalau bidang pertolongan itu direbahkan ke bidang I.
Terlihat dengan jelas, bahwa bidang pengiris (W) kalau kita proyeksikan ke bidang pertolongannya berupa garis ialah W_2 Sebab apa berupa garis? Dan.. sudut yang dibuat oleh bidang W dan bidang I sebesar 45^o itu, terlihat pula dengan sempurna pada bidang pertolongan tersebut. Oleh karena itu, pada bidang pertolongan inilah kita menemukan titik-titik potong pada rusuk-rusuk bendanya.. Selanjutnya dari bidang pertolongan ini titik-titik potong A, B, C, D dan E kita proyeksikan ke bidang II dan terlukislah bidang potongan (irisan) pada bidang II itu.
Tetapi. . . . ., dapat juga dengan cara lain, yaitu: tanpa menarik garis proyektornya, melainkan dengan mengukur jarak titik-titik A, B, C, D dan E itu dari (pada bidang pertolongan), kemudian jarak-jarak ini kita pindahkan ke bidang II pada rusuk-rusuk yang bersangkutan, diukurkan dari sumbu O - X ke atas.
Cara ini kita kerjakan kalau kertas gambar kita tidak cukup untuk mengerjakan dengan cara pertama.
(Perhatikan lagi gambar 10 bab penggulingan yang arah penggulingannya serong terhadap bidang proyeksi).

2) Sebuah limas sisi 4 beraturan di atas bidang I. Bidang alasnya sejajar bidang I dan berjarak 6 mm. Proyeksi salah satu titik sudut alas di bidang I terletak pada sumbu mendatar dan jaraknya dari salib sumbu 3 cm di sebelah kirinya.
Salah satu rusuk alas yang terdekat dengan bidang II, membuat sudut 30^o terhadap sumbu mendatar itu dan menghadap ke kiri. Bidang W yang membuat sudut 60^o dengan I, memotong limas tersebut dan W_1 tegak lurus terhadap rusuk alas yang membuat sudut 30^o dengan sumbu mendatar tadi. Sedang jarak W_1 dari sumbu limas ialah 27 mm di sebelah kiri bawah.
Kalau ukuran limasnya :
tinggi = 6 cm dan rusuk alasnya 4 cm.

Buatlah:

1) Ketiga proyeksinya
2) Jaring-jaringnya.

(Jawab: Gambar 22)



Gb. 22

Penjelasan:

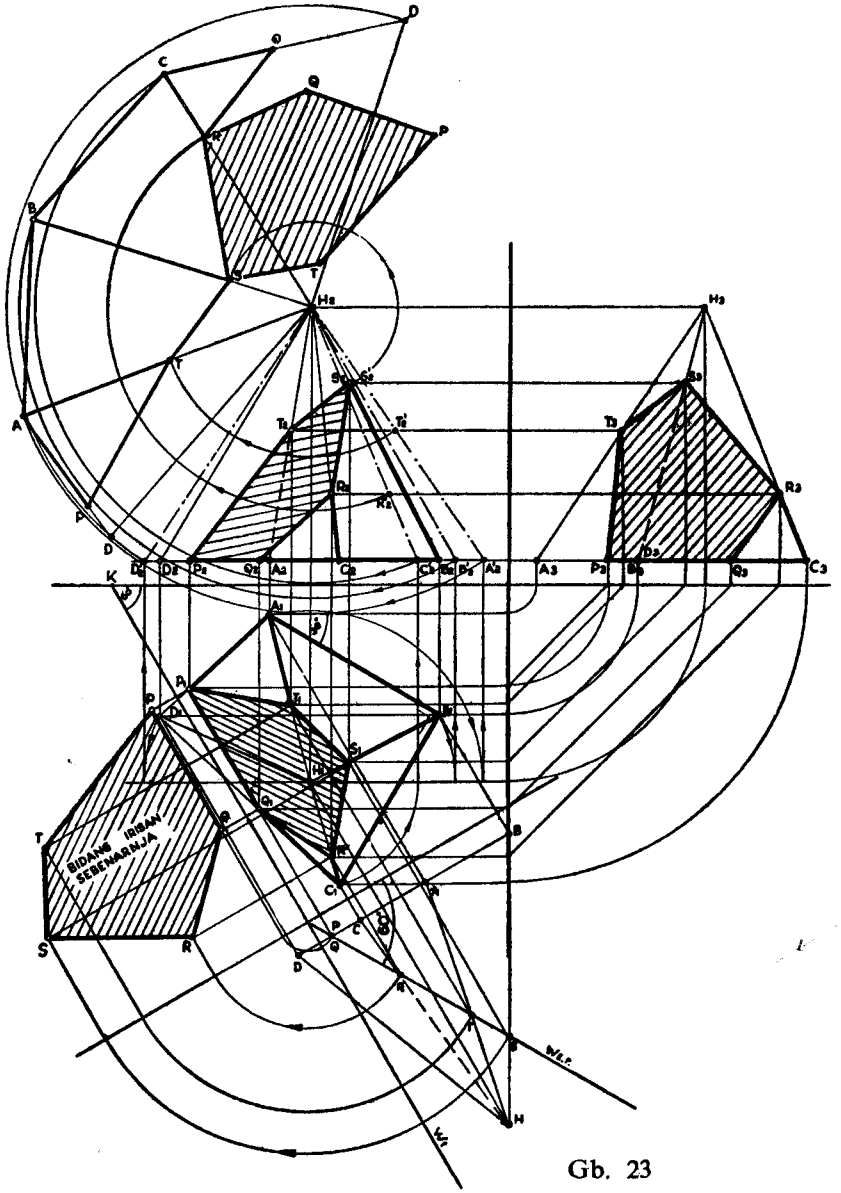
Rusuk alas yang terdekat dengan sumbu mendatar dan membuat sudut 30^o itu ialah C D, maka $W_1 \perp C\,D$ itu.

Coba buatlah juga bentangannya dengan jarak seperti gambar 30a dan 30b pada jilid I.

Perhatian:

Untuk mencari bentangannya, oleh karena rusuk-rusuk tegaknya tak ada yang sejajar dengan bidang proyeksi, maka harus dicari panjang sebenarnya dulu.

(Dalam soal ini karena bendanya beraturan cukup dicari sebuah rusuk saja).



Gb. 23

3) Limas sisi 4 H - A B C D (puncaknya H)
Sumbunya tegak lurus bidang I dengan alasnya berjarak ½ cm dari bidang I
Rusuk-rusuk alasnya:
A B = 4 cm BC = 4 cm. C D = 5 cm dan D A = 3 cm.
Jarak titik A terhadap bidang II dan III. masing-masing 6 mm dan 48 mm.
Proyeksi puncak (H) pada bidang I ialah H_1 berjarak 4 cm terhadap sumbu mendatar maupun sumbu tegak.
Rusuk A B membentuk sudut 30^o terhadap sumbu mendatar membuka ke kanan dan rusuk B C⊥A B. Tinggi limas 5½ cm.
Bidang W yang membuat sudut 60^o terhadap I, memotong limas tersebut. Bidang W ini memotong sumbu mendatar pada suatu titik yang berjarak 8 cm di sebelah kiri salib sumbu.
Kalau W_1 membuat sudut 60^o terhadap sumbu mendatar dan 10 cm di sebelah kiri dari pada proyeksi puncak di bidang I (H_1)

Carilah:
1) Ketiga proyeksinya
2) Bangun bidang irisan sebenarnya
3) Jaring-jaring.

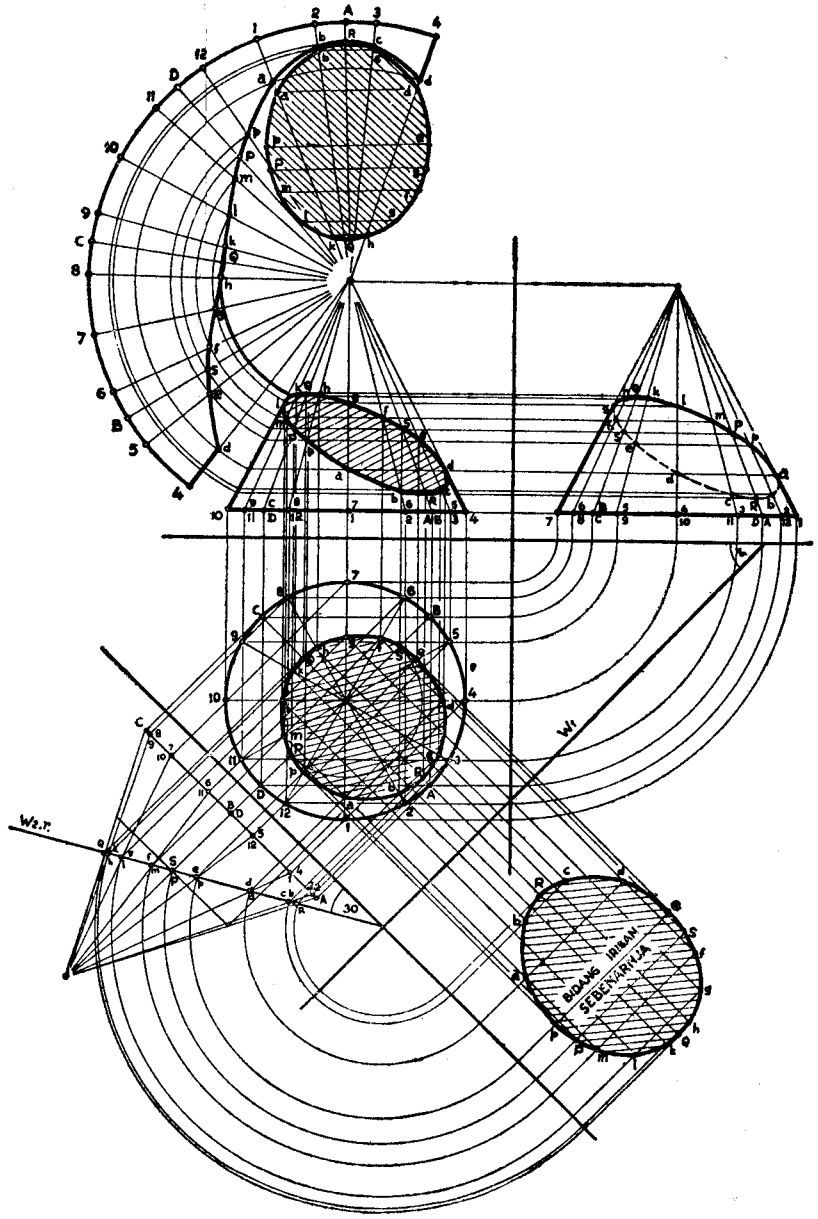
(Jawab : Gambar 23)

Penjelasan:
Pada contoh ini, limasnya tidak beraturan maka semua rusuk-rusuk tegaknya karena tidak sejajar bidang proyeksi, harus dicari panjang sebenarnya lebih dulu sebelum membuat jaring-jaring.

4) Sebuah kerucut tingginya 5½ cm, jari-jari lingkaran bidang alasnya 2½ cm. Bidang alasnya sejajar bidang I dan berjarak ½ cm sedang sumbunya berjarak 3½ cm dari bidang II dan 3½ cm pula terhadap bidang III.
Oleh bidang W yang miring 30^o terhadap I, kerucut tersebut dipotongnya. Terusan pertama W_1 berjarak 4 cm dari sumbu kerucut, dan W ini membuat sudut 45^o dengan sumbu O X membuka ke kiri.

Carilah:
a) **Ketiga** proyeksinya,
b) Bangun bidang irisan sebenarnya
c) Jaring-jaring

(Jawab: Gambar 24)



Gb. 24

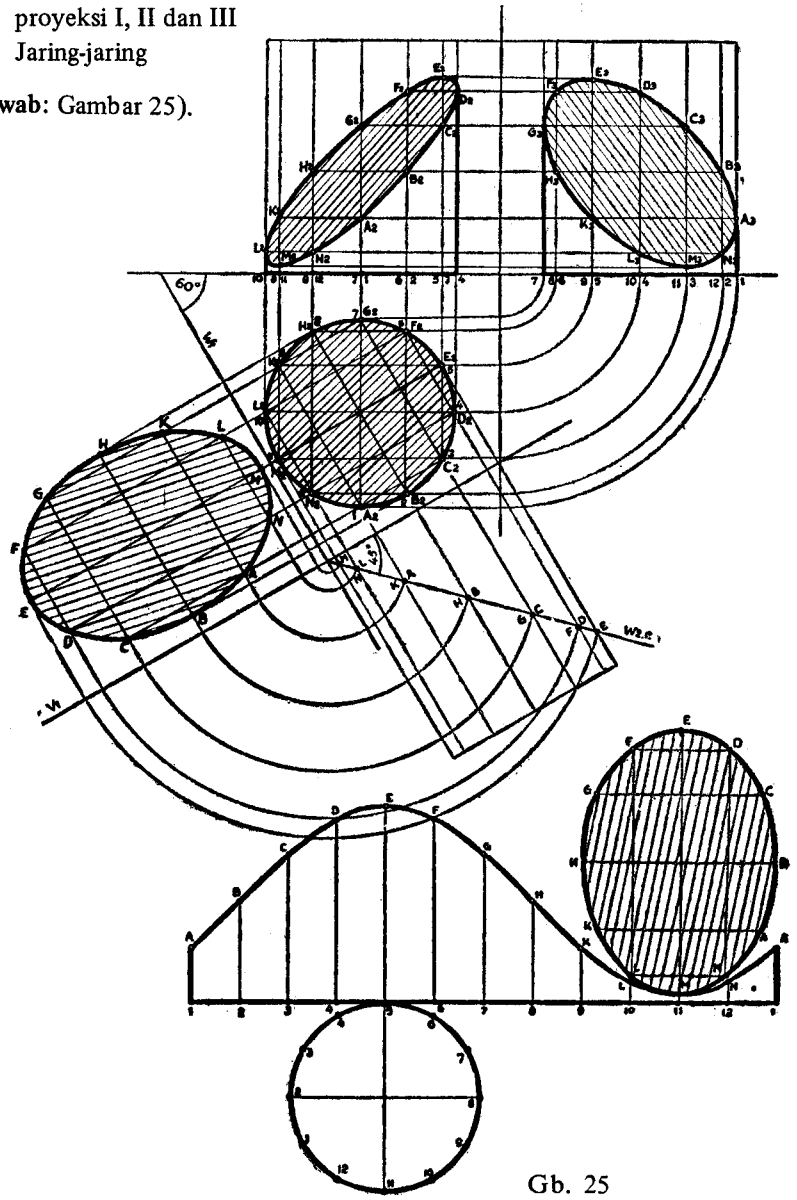
Keterangan:
Bidang irisannya pada proyeksi I dapat terlukis dengan memproyeksikan titik-titik potongnya dari bidang pertolongan, sedang bidang irisan pada proyeksi II diketemukan dengan memproyeksikan titik-titik potong dari bidang proyeksi I.

5) Sebuah silinder berdiri pada bidang I. Tinggi silinder = 5 cm, jari-jari bidang alasnya 2 cm. Sumbunya mempunyai jarak 3 cm baik dari bidang II maupun III. Kemudian dipotong oleh bidang W yang miring 45^{o} dengan bidang I dan W_1 membuat sudut 60^{o} dengan sumbu mendatar. Jarak W_1 2½ cm dari sumbu silinder (di sebelah kiri bawah).

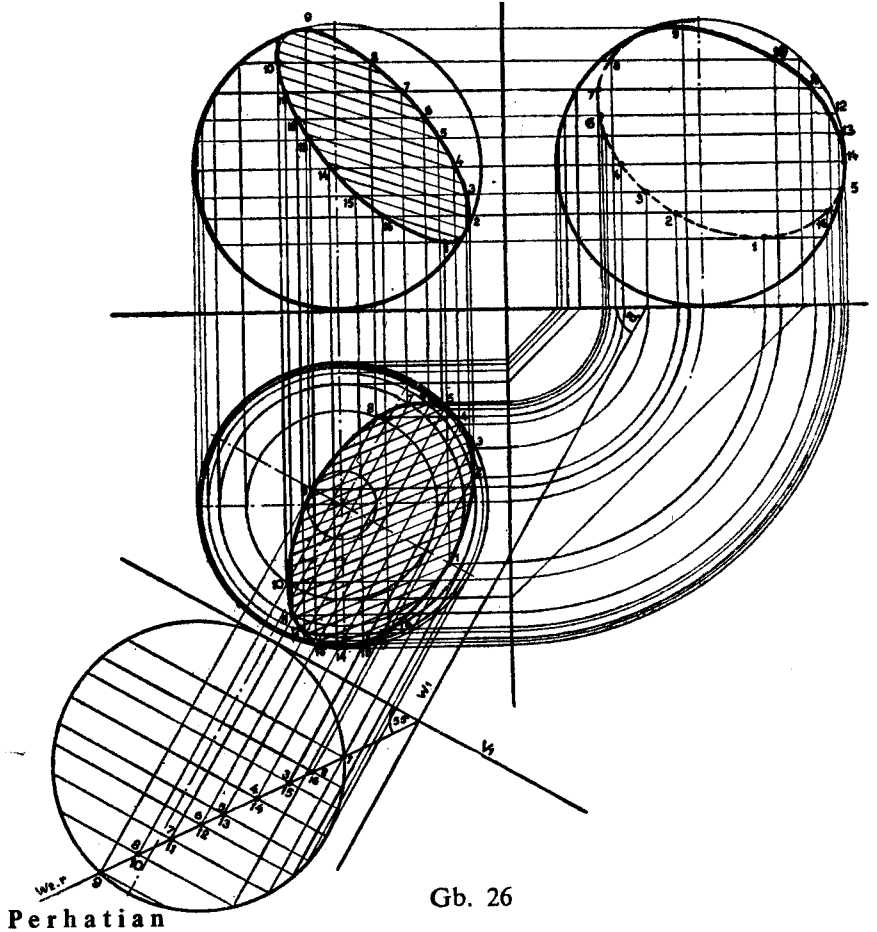
Carilah:

1) proyeksi I, II dan III
2) Jaring-jaring

(**Jawab**: Gambar 25).



Gb. 25



Gb. 26

Perhatian

Untuk benda-benda kerucut, silinder kalau dipotong (di-iris) miring sempurna (penuh), maka selalu bidang irisannya berupa lonjong (elleps). Oleh karena itu garis lengkung yang membatasi lonjong itu harus merupakan lengkung yang teratur pula.

6) Sebuah bola, jari-jarinya 3 cm, terletak di bidang I (bidang bola menyinggung bidang I itu). Pusatnya mempunyai jarak 4 cm dari bidang II dan 3½ cm dari bidang III. Bola tersebut dipotong oleh bidang W dan W ini membuat sudut 55^{o} dengan bidang I. Adapun terusan pertamanya (W_1) serong 60^{o} terhadap sumbu mendatar dan terletak pada jarak 3½ cm dari pusat lukisan bola pada bidang I itu, di sebelah kanan bawah.

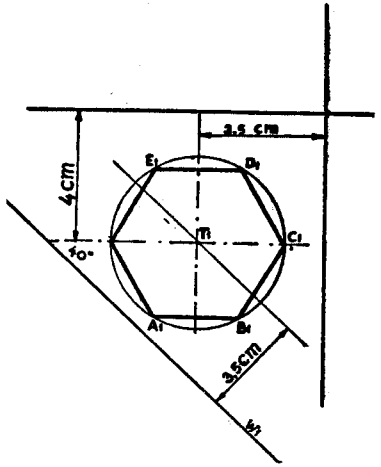
Buatlah: a) Ketiga proyeksinya
b) Bidang irisan sebenarnya.

(Jawab: Gambar 26. Di situ kita memakai gelang-gelang pertolongan untuk mendapatkan titik-titik potongnya).

S o a l - s o a l:

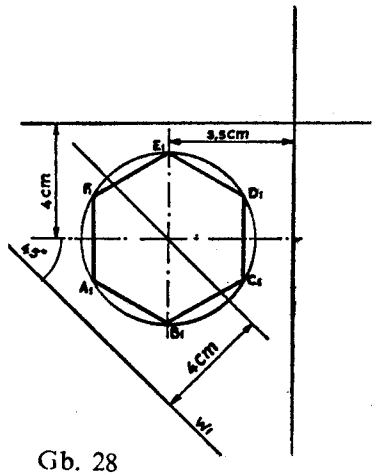
1) Suatu prisma (balok) sisi 4 beraturan alasnya A B C D. Prisma tersebut terletak pada bidang I, dengan rusuk alas A B membuat sudut 30^o dengan sumbu O - X. Titik A_1 terletak pada jarak ½ cm dari bidang II dan 3½ cm dari bidang III.
Bidang W membuat sudut 60^o dengan bidang I, memotong prisma tersebut dengan terusan pertamanya (W_1) tegak lurus terhadap A B dan mempunyai jarak 2½ cm dari pusat bidang alas.
Kalau tinggi balok itu 6 cm dan rusuk-rusuk alasnya 4 cm, carilah:
   1) Ketiga proyeksinya
   2) Jaring-jaringnya.

2) Sebuah prisma sisi 6 beraturan, panjang rusuk alasnya 3 cm, tingginya 6 cm. Letak dan kedudukan serta jarak-jaraknya terhadap bidang proyeksi, ditunjukkan dalam gambar 27. Dalam hal ini bidang alas benda terletak pada bidang I. Kalau prisma tersebut dipotong oleh bidang W yang miring 50^o terhadap bidang I, sedang terusan pertamanya W_1 serong 45^o dengan sumbu mendatar dan membuka ke kanan, buatlah ketiga proyeksinya dan jaring-jaringnya.



Gb. 27

3) Suatu limas T - ABCDEF beraturan (puncaknya T), tingginya 6 cm panjang rusuk alasnya 3 cm. Letak dan jarak-jaraknya terhadap sumbu-sumbu proyeksi dibidang I terlihat pada gambar 28. Terlihat dalam gambar bahwa bidang alas bendanya (A B C D E F) terletak pada I dengan rusuk-rusuk A B dan D E sejajar sumbu O - X.
Kemudian limas dipotong oleh bidang W yang membuat sudut 35^o dengan bidang I, sedang W_1 membuat sudut 40^o dengan sumbu O - X. Sempurnakanlah gambar 28 itu sesudah itu buatlah jaring-jaringnya.



Gb. 28

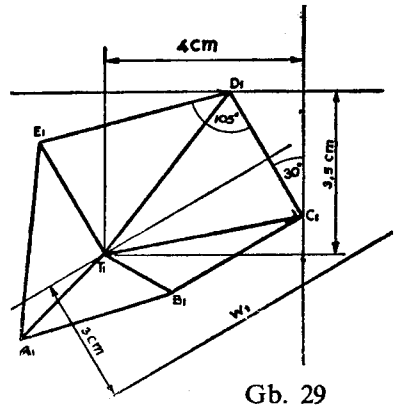
Pertanyaan:

Untuk membuat jaring-jaringnya perlukan kita mencari panjang rusuk tegak sebenarnya?

4) Sebuah silinder terletak pada bidang I (letaknya berdiri). Tingginya 6 cm, jari-jari lingkaran bidang alas/tutup ialah 2½ cm. Sumbu silinder tersebut berdiri pada jarak 3 cm dari II dan 4 cm dari III. Bidang W, miring 45^o terhadap bidang I, dengan W_1 membentuk sudut sebesar 60^o dengan sumbu mendatar membuka ke kiri. Jarak W_1 terhadap sumbu silindernya ialah 3 cm di sebelah kanan bawah W memotong silinder. Buatlah ketiga proyeksinya dan gambarkan jaring-jaring benda tersebut.

5) Kerucut tingginya 6½ cm, jari-jari bidang alasnya 3 cm. Bidang alasnya sejajar bidang I dan berjarak 6 mm. Sumbu kerucut berdiri pada jarak 4 cm dari bidang II dan 3½ cm dari bidang III.
Bidang V yang miring 40^o terhadap bidang I, memotong kerucut itu dengan V_2 terletak 3 cm di sebelah kiri bawah sumbu kerucut.
Terhadap sumbu mendatar, W_2 membentuk sudut 55^o membuka ke kanan.
Carilah: 1) Proyeksi I dan II
   2) Jaringan-jaringannya.

6) Sebuah limas sisi 5 tidak beraturan tingginya 6 cm. Rusuk alasnya A B = 3½ cm, B C = 3 cm, D C = 5 cm, D E = 4 cm dan E A = 4 cm. Titik D terletak pada sumbu mendatar sebelah kiri salib sumbu, titik C terletak pada sumbu tegak di bawah titik salib (Salib sumbu). D C membentuk sudut 30^o terhadap sumbu tegak.



Gb. 29

Bidang alas (A B C D E) terletak pada bidang I. Rusuk alas E D dan C D mengapit sudut 105^o, dan rusuk BC tegak lurus rusuk D C (periksa gambar 29)
Selanjutnya, limas dipotong oleh bidang W yang membuat sudut 45^o dengan bidang I. Terusan pertama W_1 // B C.

Buatlah:

a) proyeksinya sesudah pengirisan.
b) Jaring-jaringnya.

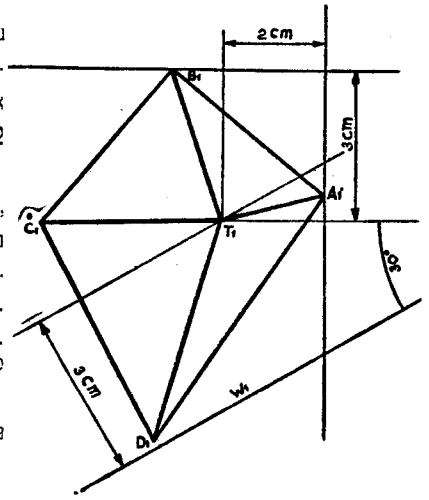
apabila ditentukan proyeksi titik puncak T pada bidang I berjarak 3½ cm dari sumbu mendatar dan 4 cm dari sumbu tegak

7) Suatu limas sisi 4 tak beraturan, tingginya 7 cm. Rusuk-rusuk alasnya ialah: A B == 4 cm, B C = 4½ cm, C D = 5 cm dan D A = ½ cm sedang B C I A B

Titik B terletak pada sumbu mendatar, dengan jaraknya terhadap titik salib 3 cm, di sebelah kirinya

Titik A terletak juga pada sumbu proyeksi yang tegak. Proyeksi puncak dibidang I mempunyai jarak 3 cm dari sumbu mendatar dan 2 cm dari sumbu tegak.
Bidang W miring 70^{o} terhadap I, memotong limas tersebut. Terusan W_1 mempunyai jarak 3 cm dari proyeksi titik puncaknya (T_1), di sebelah kanan bawah. (Periksa gambar 30) W, ini membuat sudut 30^{o} dengan sumbu mendatar
Kalau bidang alas limas melekat pada bidang I, carilah :

1) ketiga proyeksinya
2) jaring-jaringnya.



Gb. 30

8) Limas T - A B C D beraturan (Puncaknya T), terletak berdiri pada bidang I. Titik alas D terletak pada sumbu mendatar dan 2½ cm di sebelah kiri salib sumbu. Titik C terletak pada sumbu tegak. Panjang rusuk alasnya 4 cm. Bidang W membentuk sudut 30^{o} terhadap I memotong limas tersebut. Terusan W_1 memotong sumbu mendatar pada suatu titik yang berjarak 6 cm di sebelah kiri titik salib, dan W_1 itu membentuk sudut 50^{o} dengan sumbu mendatar menghadap ke kanan.
Kalau tinggi limasnya 6 cm, carilah:

1) Proyeksi I dan II
2) Bentangan.

B A B XIV

T E M B U S A N

I. Benda ditembus garis
II. Benda ditembus benda

I. Benda ditembus garis

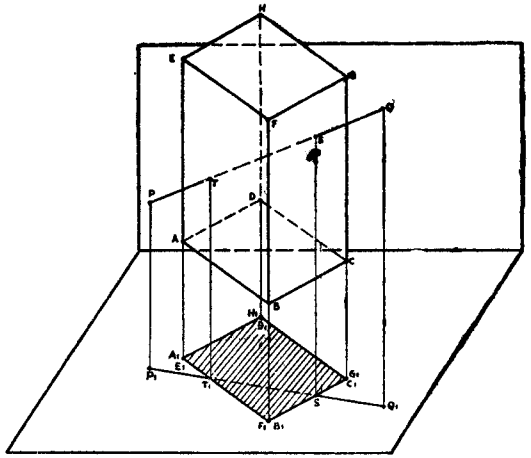
Jika sebuah benda ditembus oleh suatu garis, maka bidang-bidang benda itu akan tertembus pada dua buah titik. Satu titik di sebelah yang satu dan satu titik lagi di sebelah lainnya.

Titik-titik ini dinamai titik-titik tembus. Titik-titik tembus tersebut, dalam bentangannya harus juga digambar dengan tepat menurut letak yang seharusnya. Biasanya dalam menentukan titik-titik tembus pada bentangan itulah yang sering menjadikan kesulitan.

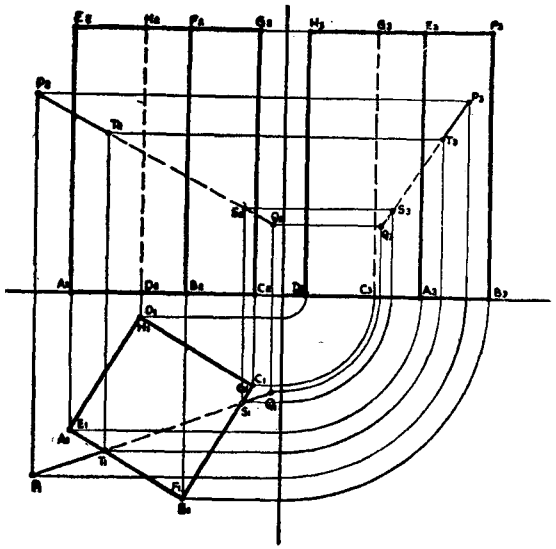
Kesulitan tersebut dapat kita atasi dengan menarik garis pertolongan, yang melalui titik tembusnya itu.

Untuk limas, kerucut garis pertolongan ini harus ditarik menuju ke titik puncak, dan untuk prisma dan silinder, garis pertolongannya ditarik sejajar dengan rusuk tegak dan ditarik juga yang sejajar dengan rusuk alasnya.

Sebagai contoh, periksalah gambar 31 s/d 34



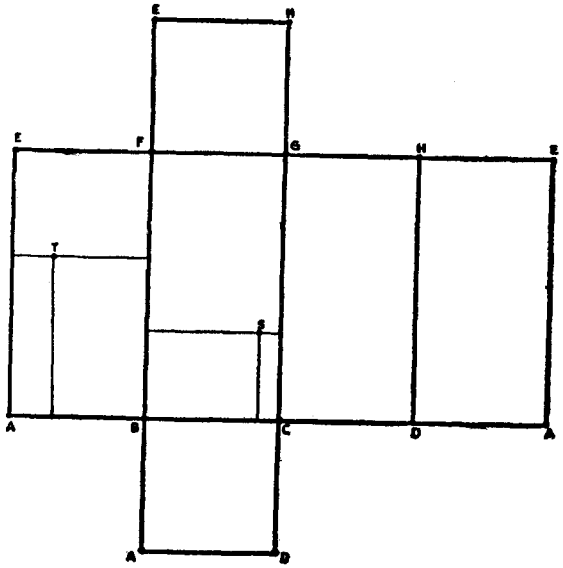
Gb. 31



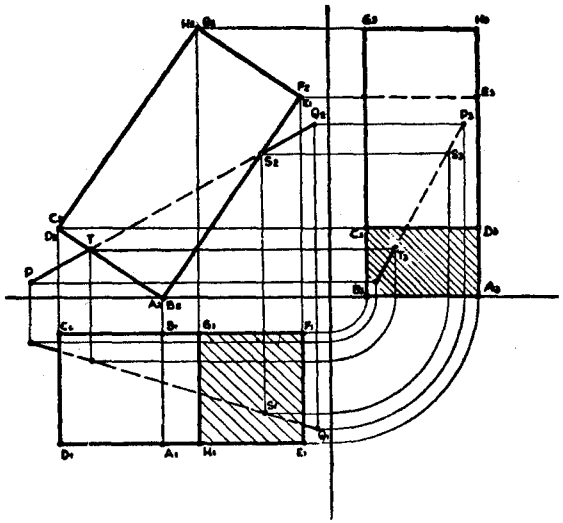
Gb. 32a.

Dalam hal ini, amat-amatilah dengan teliti cara menentukan letak titik tembusnya pada bentangan itu.

Untuk itu harus dipahami, pada bidang benda yang manakah titik-titik tembus itu terletak. Maka dalam bentangan, tidak boleh dilupakan bahwa letak titik-titik tembus tersebut harus pada bidangnya yang bersangkutan.

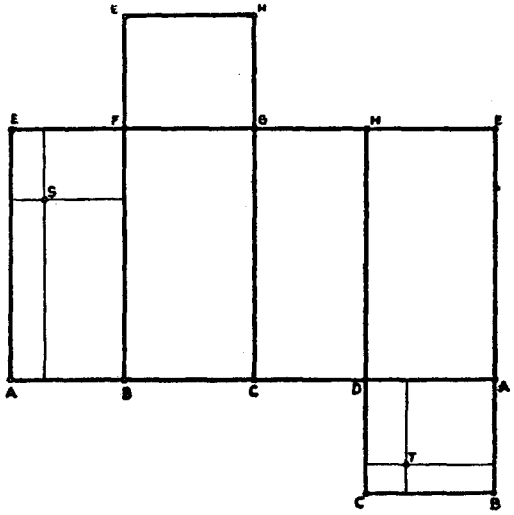


Gb. 32b.

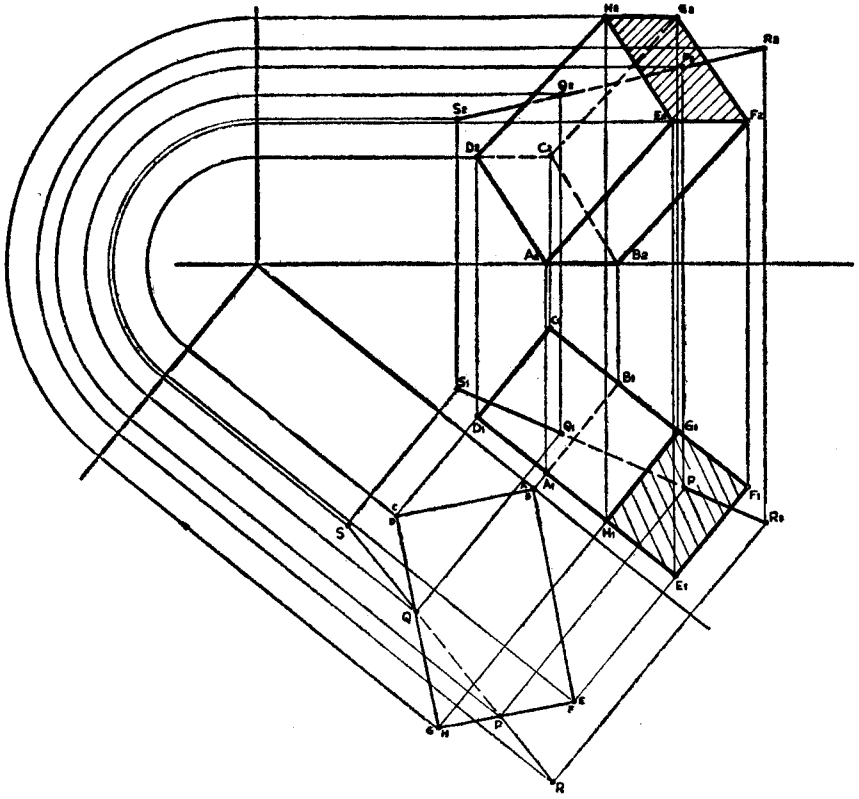


Gb. 33a.

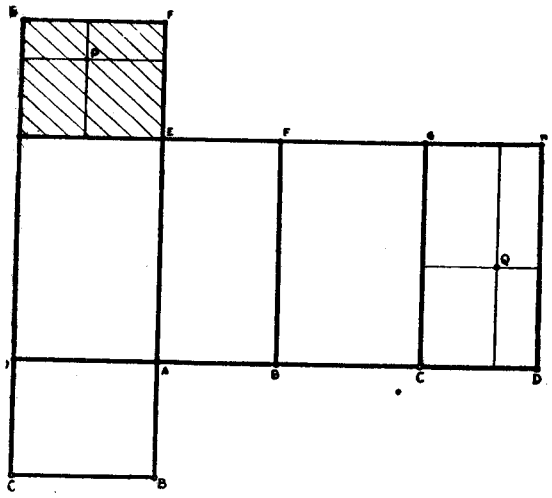
Selanjutnya periksalah gambar 35. Gambar 35 itu menunjukkan suatu limas sisi 4 yang tidak beraturan dengan bidang alasnya mempunyai jarak tertentu terhadap bidang I dan sejajar dengan bidang I itu. Limas tersebut



Gb. 33b.



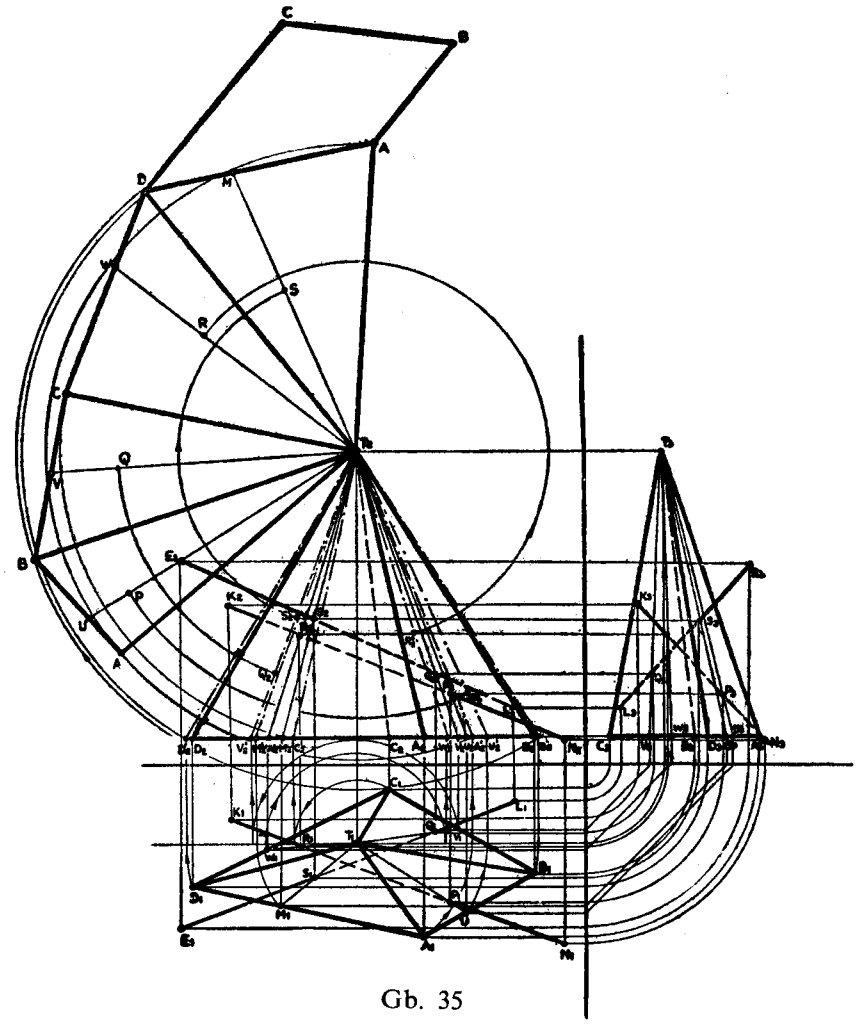
Gb. 34a.



Gb 34b.

ditembus oleh garis-garis KN dan EL, dengan titik tembus garis KN ialah S dan Q.

Titik tembus R pada bidang TDC, titik tembus P pada bidang TAB, titik tembus S pada bidang T A D dan titik tembus Q pada bidang T B C. Pada proyeksi II, titik-titik tembus tersebut harus pula terletak pada bidangnya masing-masing. Dalam hal ini sebelum titik-titik tembus dibidang II kita temukan, terlebih dulu pada proyeksi I kita buat garis-garis.



Gb. 35

pertolongan yang melalui titik-titik tembusnya itu. Garis-garis pertolongan ini ialah: T W, T V, T U dan T M, dan ini kita proyeksikan ke bidang II. Maka di-bidang II, titik-titik tembusnya (R,P,S dan Q) masing-masing harus terletak pada garis-garis pertolongan yang bersangkutan, demikian pula di bidang III.

Selanjutnya untuk membuat bentangannya, di samping rusuk rusuk tegak yang tidak sejajar bidang proyeksi itu harus kita cari panjang sebenarnya lebih dulu, garis-garis pertolongannya itupun harus dicari pada panjang sebenarnya. Lalu. . . . ., titik-titik tembus yang bersangkutan kita tarik kegaris pertolongan yang sudah merupakan panjang sebenarnya itu (dibidang II). Sudah itu barulah titik-titik tembus pada bentangannya kita tentukan.

II. Benda ditembus benda

1) Balok A, berdiri di atas bidang I dengan bidang alasnya sejajar bidang I, ditembus oleh balok B. Balok B ini sumbunya berpotongan paro-memaro (potong memotong sama panjang) dengan sumbu balok A, dan kedua sumbu benda tersebut membentuk sudut 60^{o}.

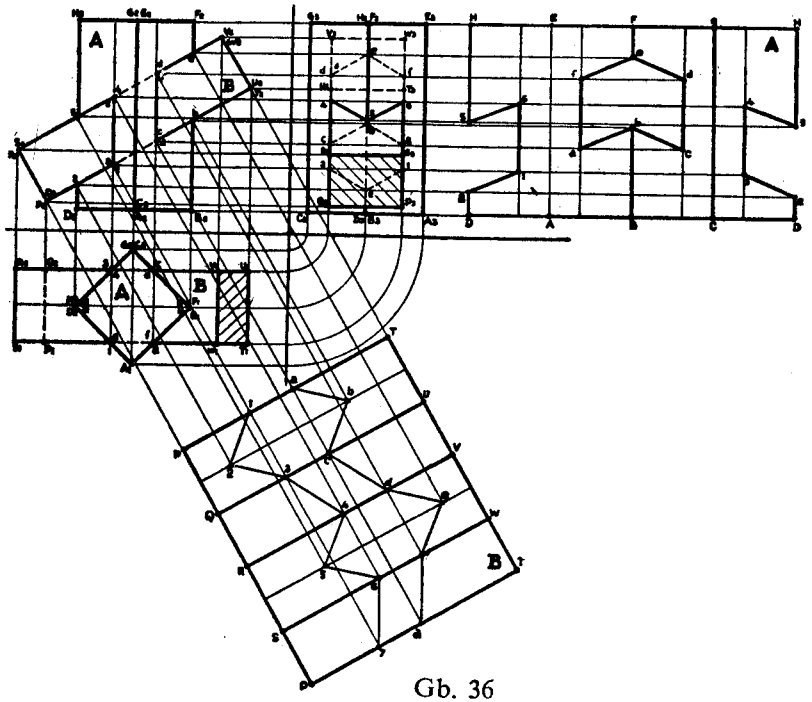
Dua bidang sisi dari balok B (penebus) ialah bidang P S W T dan bidang Q R V U sejajar dengan bidang II.

Balok A dan B keduanya ialah balok siku-siku, adapun ukurannya kita ambil sembarang.

Carilah:

1) ketiga proyeksinya
2) bentangan bidang sisi tegak dari balok A dan B

(Jawab: Gambar 36).



Gb. 36

Keterangan:

Dalam gambar 36 terlihat dengan jelas pada bentangannya, bahwa pada bentangan balok A, berlubang ialah lubang bekas tembusan.

Bidang-bidang balok A yang tertembus itu tepinya akan membekas dan melukiskan garis-garis pada balok B seperti terlihat pada bentangan balok B itu.

2) Sebuah silinder tingginya 5½ cm Jari jari alas/tutup ialah 1½ cm. Sumbu silinder ini tegak lurus bidang I dengan alasnya mempunyai jarak ½ cm dari bidang I. Sumbu silinder tersebut berjarak 2 cm dari bidang II dan 3½ cm dari bidang III.

Balok A B C D / E F G H dengan ukuran 15 X 22 X 60 mm menembus silinder itu.

Sumbu balok dan sumbu silinder berpotongan sama panjang dan keduanya membuat sudut 65^{o}.

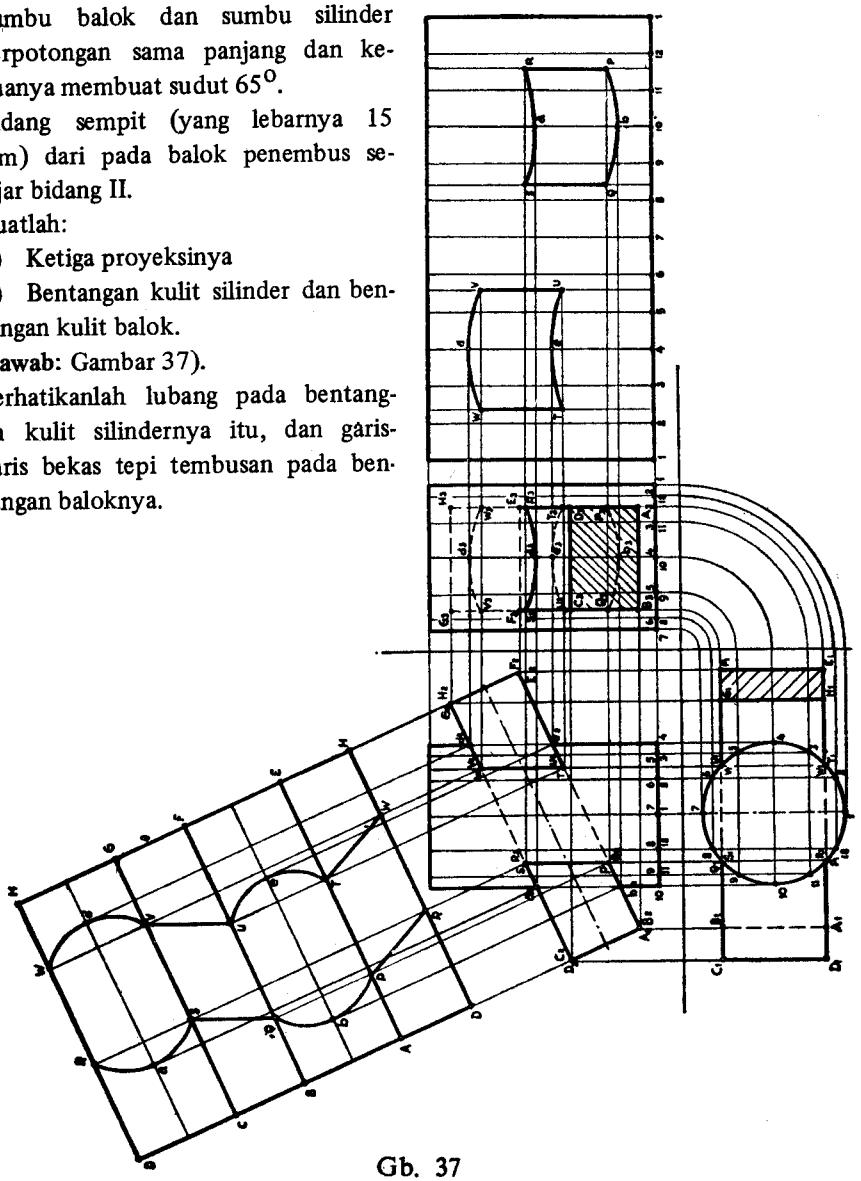
Bidang sempit (yang lebarnya 15 mm) dari pada balok penembus sejajar bidang II.

Buatlah:

1) Ketiga proyeksinya
2) Bentangan kulit silinder dan bentangan kulit balok.

(Jawab: Gambar 37).

Perhatikanlah lubang pada bentangan kulit silindernya itu, dan garis-garis bekas tepi tembusan pada bentangan baloknya.



Gb. 37

3) Sebuah kerucut menembus sebuah silinder. Kedudukan kerucut terhadap bidang proyeksinya ialah sebagai berikut:
Bidang alasnya sejajar bidang I dan berjarak 1 cm sumbunya mempunyai jarak 40 mm dari bidang II dan 50 mm dari bidang III.

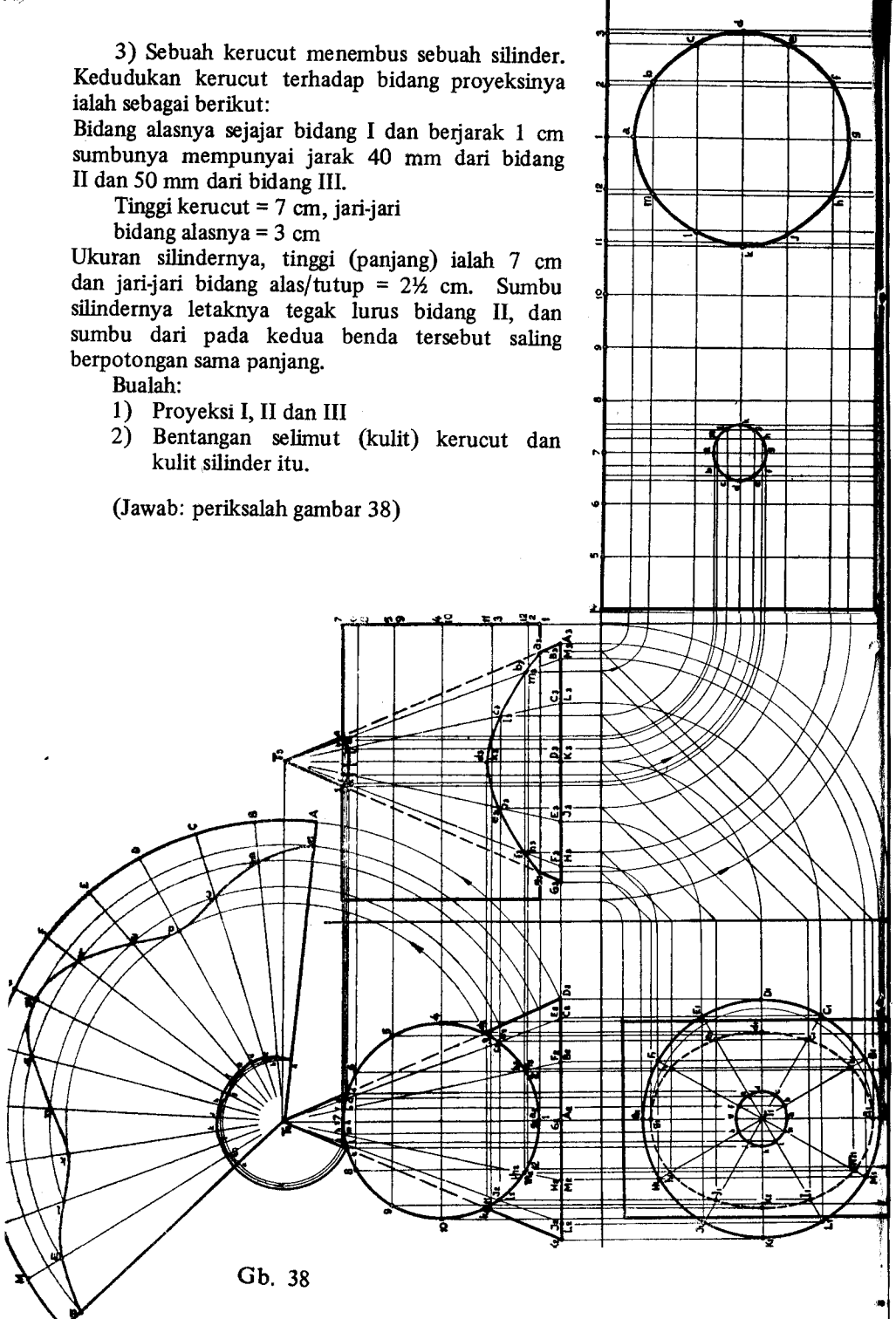
Tinggi kerucut = 7 cm, jari-jari
bidang alasnya = 3 cm

Ukuran silindernya, tinggi (panjang) ialah 7 cm dan jari-jari bidang alas/tutup = 2½ cm. Sumbu silindernya letaknya tegak lurus bidang II, dan sumbu dari pada kedua benda tersebut saling berpotongan sama panjang.

Bualah:

1) Proyeksi I, II dan III
2) Bentangan selimut (kulit) kerucut dan kulit silinder itu.

(Jawab: periksalah gambar 38)



Gb. 38

Perhatian:

Perhatikan lukisan pinggir tembusan dan bentangan kulit kerucutnya itu, dan perhatikan pula cara menemukan lukisan lubang tembusan pada bentangan kulit silindernya.

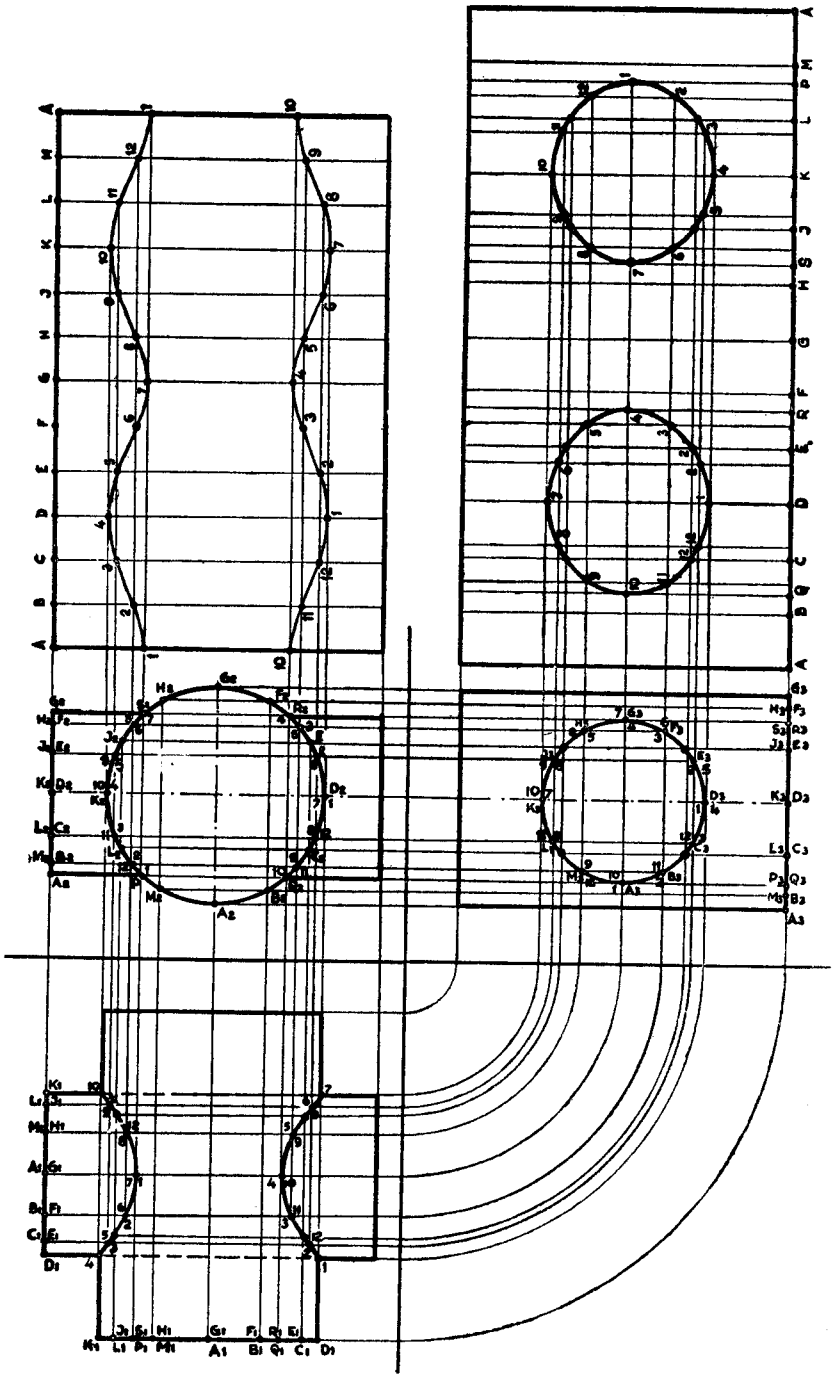
4) Sebuah silinder A panjangnya 6 cm, garis tengahnya 4 cm.
Sebuah silinder lagi B panjangnya 6 cm pula, garis tengahnya 3 cm. Silinder B menembus silinder A dengan sumbu-sumbunya potong-memotong tegak lurus dan paro-memaro sama panjang.
Sumbu silinder A tegak lurus bidang II dan sumbu silinder B tegak lurus bidang III. Titik potong kedua sumbu silinder itu ada pada jarak 3 cm dari bidang I, 4 cm dari bidang II dan 3½ cm dari bidang III.
Buatlah ketiga proyeksinya dan bentangan kulit dari kedua silinder itu.
(**Jawab**: periksa gambar 39)

Penjelasan.

Untuk menemukan titik-titik tembus pada silinder A, maka pada keliling silinder B dibuat garis-garis pertolongan yaitu garis pelukisnya silinder B itu, yang melalui titik-titik pembagian alas/tutup. Titik-titik bagi ini ialah titik-titik A s/d M.
Garis-garis pertolongan sekeliling silinder B itu terlihat pada proyeksi II memotong lingkaran alas/tutup silinder A pada titik-titik 1 s/d 12 sebelah kiri dan pada titik 1 s/d 12 lagi sebelah kanan.
Maka titik-titik ini kita proyeksikan kebidang I dan III. Dengan begitu terdapatlah lukisan garis tembus pada proyeksi I.
Titik tembus yang tidak diberi nama itu ialah titik tembus yang dilalui oleh garis pelukis silinder A.
Selanjutnya untuk menggambar lubang tembusan pada bentangan kulit silinder A itu, kita pakai juga garis pelukis sekeliling silinder A itu, dan demikian pula dalam menentukan lukisan pinggir tembusan pada bentangan silinder B, garis-garis pelukis sekeliling silinder B itu akan mempermudahkannya.

Periksalah dengan teliti cara-caranya.

5) Sebuah limas sisi 6 beraturan, tingginya 6 cm dan panjang rusuk alasnya 2½ cm, terletak pada bidang I. Dengan sumbunya berdiri pada jarak 4 cm dari bidang II maupun dari bidang III.
Dua bidang rusuk alasnya sejajar bidang II.
Sebuah prisma berukuran 6 X 2 X 2 cm menembus limas tersebut sumbu prisma dan sumbu limas berpotongan tegak lurus pada sebuah titik yang



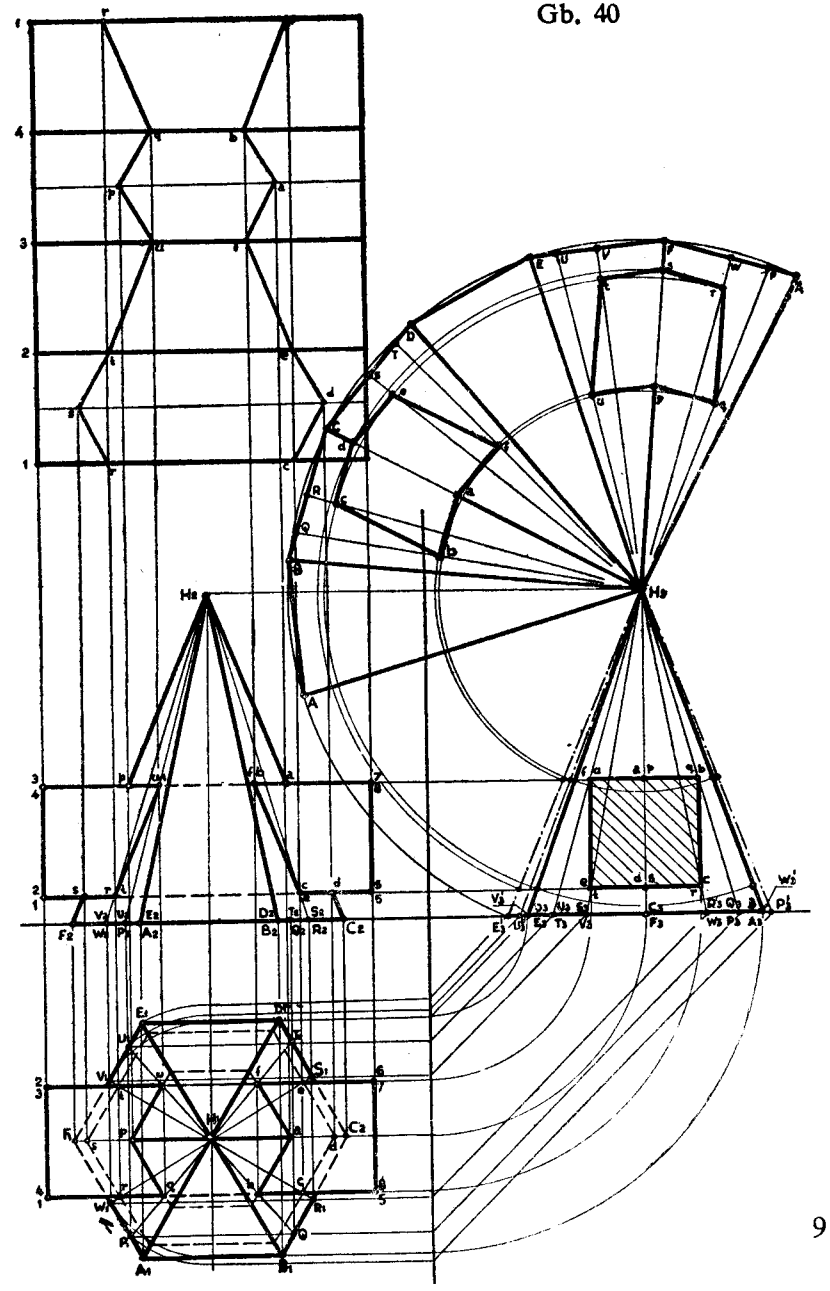
Gb. 39

berjarak 1½ cm dari bidang alas limas. Sumbu prisma sejajar bidang II. Kalau letak prisma yang menembus limas itu sedemikian sehingga bidang- bidang prisma tersebut sejajar bidang proyeksi, buatlah:

1) Ketiga proyeksinya
2) Bentangan selimut limas dan selimut prismanya.

(**Jawab**: Gambar 40)

Gb. 40



Keterangan:

Dalam gambar, pada proyeksi I terlihat bahwa untuk mencari titik-titik tembus dan garis tembusnya, kita buat garis-garis pertolongan yang berupa segi 6 beraturan, karena bidang-bidang sisi yang mendatar dari pada prisma itu memotong limas melalui penampang segi 6 beraturan, yang dalam hal ini kita pakai sebagai pertolongan itu. Dengan membuat 2 buah segi 6 yang melalui titik s dan d dan satu lagi melalui p dan a, maka didapatlah titik-titik r, t, e dan c demikian juga titik-titik q, u, f dan b. Kemudian melalui titik titik tersebut di atas kita buat garis pertolongan lagi, ialah:

Dengan demikian mudahlah ditemukan garis-garis tembus pada proyeksi I, II maupun III.

Soal-soal:

1) Suatu prisma sisi 6 beraturan, berdiri tegak di atas bidang I dengan alasnya berjarak ½ cm dari I. Sumbu prisma tersebut ada pada jarak 3½ cm dari II dan 4 cm dari bidang III. Dua bidang tegak dari prisma ini sejajar dengan bidang II.

   Sebuah prisma lagi (penembus) ialah prisma sisi 4, yang berukuran 6½ X 2 X 3 cm menembus prisma sisi 6 tadi. Bidang sisi prisma penembus yang sempit, sejajar bidang II. Kalau sumbu-sumbu kedua prisma itu berpotongan pada satu titik yang berjarak 3 cm dari alas prisma yang ditembus dan kedua sumbu tersebut membuat sudut 60^{o}, sedang tinggi prisma yang ditembus itu 6 cm, panjang rusuk alasnya 4 cm.

   Buatlah: 1) Ketiga proyeksinya
   2) Bentangan kulit kedua prisma itu.

2) prisma sisi 5 beraturan, tingginya 6 cm,jari-jari lingkaran luar bidang alasnya 2½ cm. Prisma ini ada di atas bidang I dengan alasnya sejajar bidang I dan berjarak ½ cm. Sumbu prisma tersebut ada pada jarak 3 cm dan 4 cm, masing-masing dari bidang II dan III. Salah satu bidang sisi tegak prisma sisi 5 beraturan tersebut di atas sejajar bidang III.

   Sebuah balok ukuran 6½ X 1½ X 1 cm menembus prisma sisi 5 beraturan itu. Sumbu prisma dan sumbu balok berpotongan paro-memaro dan mengapit sudut 60^{o} Bidang sisi balok penembus yang lebarnya 1 cm sejajar bidang II.

   Buatlah ketiga proyeksinya, dan jaring-jaring dari kedua benda itu.

3) Sebuah kerucut berdiri pada bidang I dengan sumbunya berjarak 4 cm dari bidang II, 5 cm dari bidang III.

   Jari-jari lingkaran alasnya 3 cm, tingginya 7 cm.

   Sebuah balok sisi 4 beraturan dengan ukuran 7½ X 3 X 3 cm menembus kerucut itu. Sumbu balok tegak lurus sumbu kerucut dan berpotongan pada suatu titik yang berjarak 2 cm dari bidang alas kerucut. Bidang=bidang balok penembus sejajar bidang proyeksi.

   Buatlah: 1) Ketiga proyeksinya.
   2) Bentangan selimut dari balok dan kerucut.

4) Sebuah limas sisi 5 beraturan berdiri pada bidang I dengan sumbunya mempunyai jarak 3 cm dan 4 cm masing-masing dari bidang II dan III. Tinggi limas 6 cm dan jari-jari lingkaran luar bidang alasnya 2½ cm. Letak limas sedemikian sehingga rusuk alas yang terjauh dengan bidang III sejajar dengan bidang III itu.

   Limas ini kemudian ditembus oleh balok siku-siku yang berukuran 7 X 3 X 3 cm. Sumbu balok dan limas berpotongan tegak lurus pada suatu titik yang tingginya 2 cm dari alas limas. Bidang-bidang sisi balok sejajar bidang-bidang proyeksi. Carilah ketiga proyeksinya serta buatlah bentangan selimut dari kedua benda itu.

5) Sebuah silinder tingginya 6 cm, jari-jari alas tutup = 12 cm. Sumbu silinder tegak lurus bidang I dan alasnya ½ cm jaraknya dari bidang I.

   Balok ukuran 7 X 2 X 22 cm menembus silinder tersebut, dengan sumbu-sumbunya berpotongan paro-memaro, dan kedua sumbu benda itu membentuk sudut 45^{o}. Dua bidang sisi balok penembus sejajar bidang II.

   Buatlah: 1) Proyeksi I, II dan III
   2) Jaring-jaring dari kedua benda itu.

B A B XV

PROYEKSI CARA AMERIKA

Sampai ini sudah cukup banyaklah kita bicarakan ilmu proyeksi menurut cara Eropa, maka kini tibalah saatnya kita pelajari ilmu proyeksi menurut cara Amerika.

Pada dasarnya kedua cara tersebut hanya berbeda pada caranya menggambar ke bidang proyeksinya dan cara mempergunakan bidang proyeksinya.
Untuk lebih jelasnya kita terangkan seperti berikut :

MENURUT CARA EROPA

Tiga proyeksi yang kita gambarkan menurut tiga arah pandangan pada ketiga bidang proyeksinya (I, II dan III) itu selalu bendanya ada di muka bidang proyeksinya dan proyeksi dari benda tersebut kita gambar pada bidang yang ada di belakangnya.

Boleh kita istilahkan: „gambar menjauhi yang memandang".

Pandangan dari atas ini menghasilkan proyeksi I.

Kalau kita melihat benda itu dari atas, maka proyeksi bendanya kita gambarkan di bidang I, yaitu bidang yang ada di bawah benda. Garis-garis atau rusuk-rusuk benda yang tidak kelihatan dari atas, kita gambar dengan garis putus-putus (strip).

Kalau kita melihat benda itu dari muka, maka proyeksi benda itu kita gambar pada bidang II, yaitu pada bidang yang ada di belakang benda. Juga rusuk atau garis yang tidak kelihatan dari muka digambar dengan garis putus-putus. Dan kalau kita melihat benda itu dari samping kiri, maka proyeksinya kita gambar pada bidang samping kanan (bidang III). Adapun pandangan lainnya memperlihatkan proyeksi yang sama, dan hanya berbeda tentang garis-garis/rusuk-rusuk yang kelihatan dan tidak.

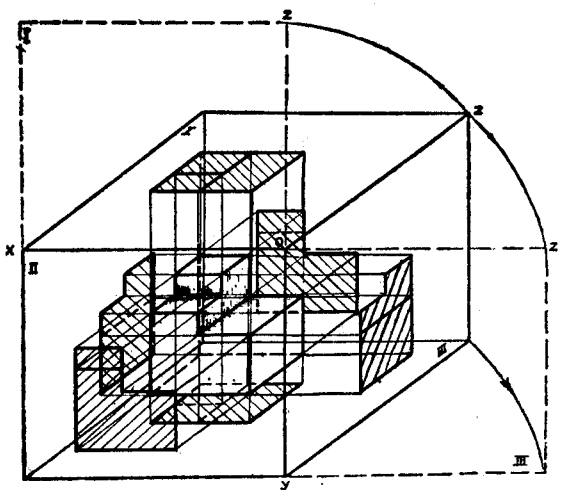
Kecuali itu, perbedaan yang jelas lagi tentang proyeksi Amerika dan Eropa itu ialah letaknya bidang-bidang proyeksi I, II dan III.

Pada cara Eropa, kalau bidang-bidang proyeksi itu sudah dibentang, maka bidang I terletak di bawah bidang II dan bidang III terletak di sebelah kanan bidang II. Pada cara Amerika nanti, sesudah bidang-bidang proyeksinya dibentangkan, maka bidang I terletak di atas bidang II dan bidang III ada di sebelah kanan bidang II pula.

MENURUT CARA AMERIKA

pada cara ini, bidang-bidang proyeksi yang dipakai ialah bening (sebagai kaca) sehingga benda yang ada di dalam ruang yang di batasi oleh bidang-bidang proyeksi itu, akan dapat kita lihat dari jurusan manapun juga.

Dalam hal ini kita anggap, bahwa bidang-bidang proyeksinya membentuk suatu kubus dengan ke-enam bidangnya berupa kaca. Kita dapat melihat bendanya dalam enam arah pandangan, yaitu pandangan atas (proyeksi I), pandangan muka (proyeksi II), pandangan samping kanan (proyeksi III) pandangan samping kiri, pandangan bawah dan belakang.



Gb. 41

Cara menggambar dan mempergunakan bidang proyeksinya berlainan dengan cara Eropa, ialah: pada cara Amerika ini bendanya terletak di belakang bidang proyeksinya dan proyeksi bendanya digambar pada bidang yang ada di muka benda.

Jadi bidang proyeksi yang akan dipakai untuk menggambar proyeksi benda ini terletak antara benda dan kita (yang memandang).

Boleh kita istilahkan: ,,gambar mendekati yang memandang".

(Periksa gambar 41)

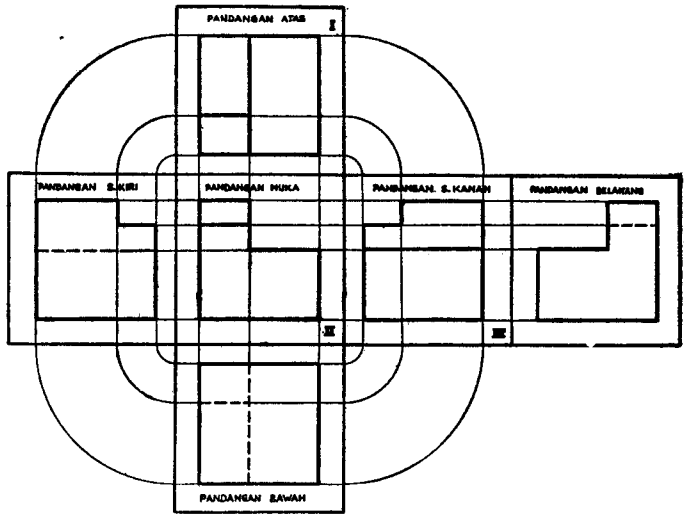
Pandangan atas (proyeksi I)

Kalau kita melihat benda itu dari atas, maka proyeksi bendanya kita gambarkan dibidang I, yaitu bidang yang ada di atas benda. Garis-garis rusuk-rusuk yang tidak kelihatan dari atas digambar dengan garis putus-putus.

Pandangan muka (proyeksi II)

Proyeksinya digambarkan pada bidang II, yaitu pada bidang yang ada di muka benda. (Jadi pada bidang yang memisahkan kita dengan benda). Demikian pula untuk pandangan lain-lainnya.

Pada gambar 41 itu, kita ambil contoh sebuah kubus yang telah dipotong menurut beberapa penggergajian yang bersiku-siku, dan digambar keenam proyeksinya pada ke-enam bidang proyeksi. Adapun ke-enam bidang proyeksi ini setelah dibentang digambar pada gambar 42. Disitu ke-enam proyeksinya digambar pula.



Gb. 42

Dari enam proyeksi itu dapat kita baca, bahwa dari dua arah pandangan yang berlawanan, ialah atas dengan bawah, samping kanan dengan samping kiri dan muka dengan belakang sepasang-sepasang menghasilkan proyeksi yang sama dan hanya berbeda tentang garis yang kelihatan dan tidak kelihatan, maka di sinipun hanya kita pakai tiga buah bidang saja, yaitu:

bidang I, untuk pandangan atas, bidang II untuk pandangan muka,

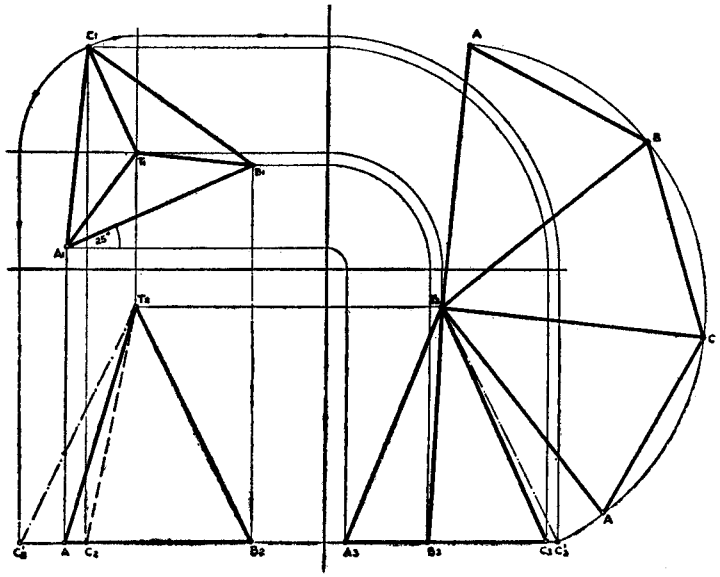
bidang III untuk pandangan samping kanan.

Perhatikan cara membentangkan bidang-bidang proyeksinya dan letak-letaknya bidang proyeksi setelah dibentangkan, dan bandingkanlah dengan cara Eropa

Contoh soal

1) Sebuah limas sisi 3 beraturan T - A B C sumbunya tegak lurus bidang I dengan alasnya berjarak 7 cm dari bidang I dan puncaknya berjarak 1 cm dari bidang I itu. Rusuk alas A B membentuk sudut 25^{o} dengan sumbu mendatar dan menghadap ke kanan. Titik alas A berjarak ½ cm dari II dan 6,8 cm dari III.
Kalau rusuk alas limas itu panjangnya 5 cm, buatlah ketiga proyeksinya dan bentangan selimut limas itu.

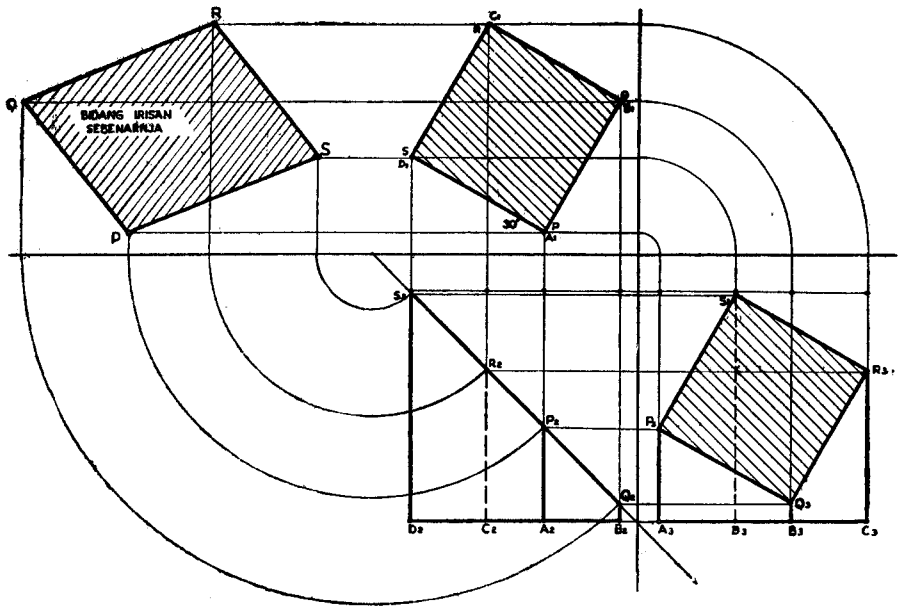
(Jawab: gambar 43)



Gb. 43

Perhatikan cara mengukur jarak-jarak yang ditentukan itu, karena disini berbeda dengan cara Eropa.

2) Sebuah prisma sisi 4 beraturan, tingginya 6 cm, panjang rusuk alas/tutup ialah 4 cm. Sumbu prisma tersebut tegak lurus bidang I. Letaknya demikian rupa hingga rusuk-rusuk alas/tutup tidak sejajar dengan bidang proyeksi yang manapun juga.
Bidang tutupnya (atas) mempunyai jarak 1 cm dari bidang I.
Sumbu prisma ini terletak pada jarak 3 cm dari bidang II maupun III. Selanjutnya prisma dipotong oleh bidang V yang membuat sudut 45^{o} dengan bidang I tetapi bidang V ini tegak lurus terhadap II.

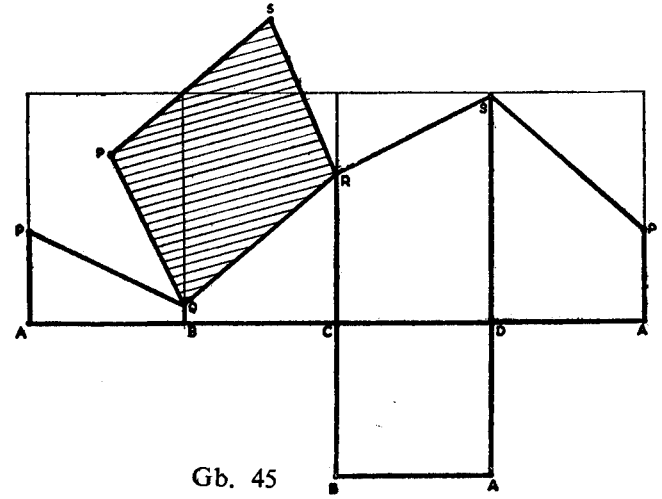


Gb. 44

Kalau bidang V tersebut memotong sumbu mendatar pada sebuah titik yang berjarak 7 cm dari titik salib, buatlah:

1) Ketiga proyeksinya
2) bidang irisan sebenarnya
3) Bentangan prisma itu.

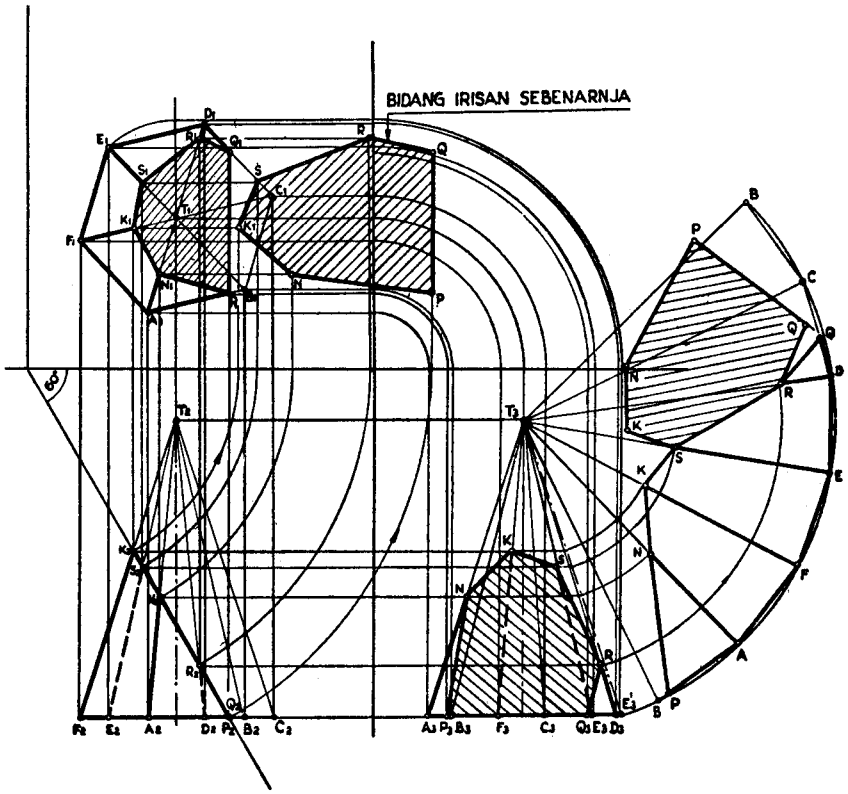
(Jawab: Gambar 44 dan gambar 45 bentangannya).
Perhatikan dalam gambar 44 itu letaknya V_1, V_2 dan sudut yang dibentuk oleh bidang dengan bidang I sebesar 45^{o} itu.



Gb. 45

3) Sebuah limas sisi 6 beraturan rusuk alasnya 2 cm. Puncak limas berjarak 1 cm dari bidang I dan alasnya berjarak 7 cm dari bidang I itu.
Sumbu limas terletak tegak lurus terhadap I dan mempunyai jarak 3 cm dan 4 cm masing-masing dari bidang II dan III.
Bidang V yang tegak lurus bidang II dan miring 60^{o} terhadap bidang I (menghadap ke kanan), memotong limas tersebut. Kalau bidang V itu memotong sumbu mendatar pada suatu titik yang berjarak 7 cm di sebelah kiri titik salib, buatlah:
1) Ketiga proyeksinya
2) Bentangan limas tanpa bidang alasnya.
Tentukanlah dalam gambar, rusuk-rusuk tegaknya tidak sejajar dengan bidang proyeksi:

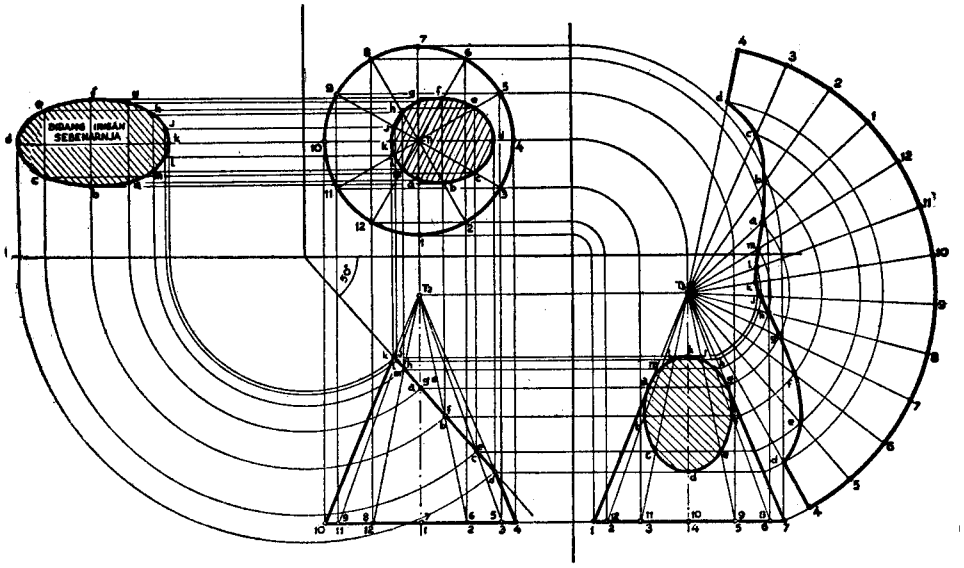
(Jawab: Gambar 46)



Gb. 46

4) Sebuah kerucut tingginya 6 cm dan jari-jari alasnya 2½ cm. Sumbunya tegak lurus bidang I dan jaraknya terhadap bidang II ialah 3 cm, sedang terhadap bidang III berjarak 4 cm.
Puncak kerucut 1 cm di bawah bidang I.
Bidang V yang tegak lurus terhadap bidang II tetapi miring 50^{o} dengan bidang I memotong kerucut itu. Terusan pertamanya (V_1) mempunyai jarak 7 cm dari sumbu tegak.
Buatlah:
1) **Ketiga** proyeksinya
2) Bentangan selimut kerucut sesudah dipotong itu.

(Jawab: Gambar 47)



Gb. 47

5) Sebuah prisma sisi tiga beraturan tingginya 6 cm panjang rusuk alas/tutup ialah 3½ cm. Sumbunya tegak lurus I.
Bidang sisi tegak dari prisma yang terjauh dengan bidang III sejajar bidang III dan mempunyai jarak 5 cm dari bidang III itu, sedang rusuk tegak yang terdekat dengan bidang II, mempunyai jarak ½ cm dari bidang II itu.
Bidang alas maupun bidang tutup tidak melekat pada bidang proyeksi. Kemudian prisma sisi 4 itu ditembus oleh balok (prisma) segi 4 beraturan yang mempunyai ukuran 6 X 2 X 2 cm.

umbu prisma penembus dan sumbu prisma yang ditembus berpotongan tegak lurus, dan bidang-bidang sisi dari balok yang menembus tersebut sejajar bidang proyeksi.

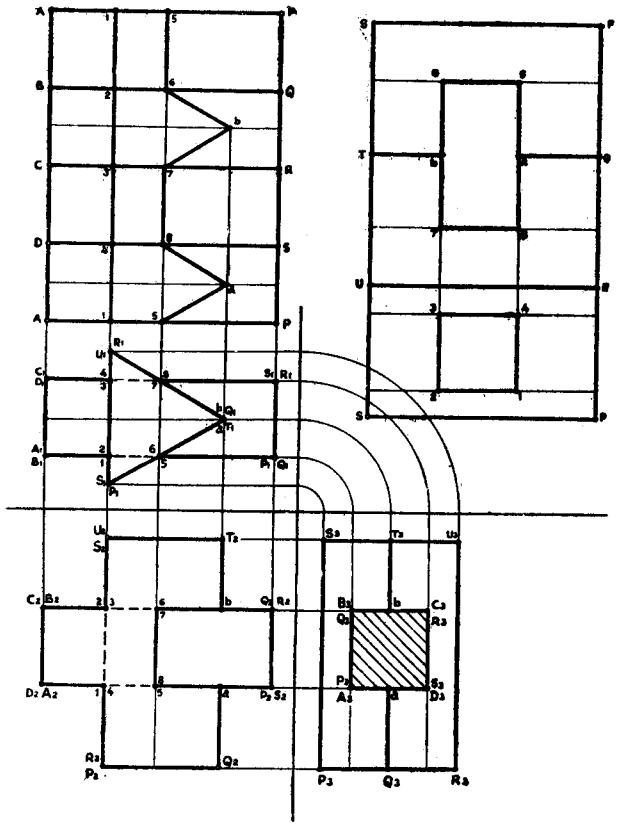
Sumbu prisma penembus itu sejajar bidang II.

Buatlah:

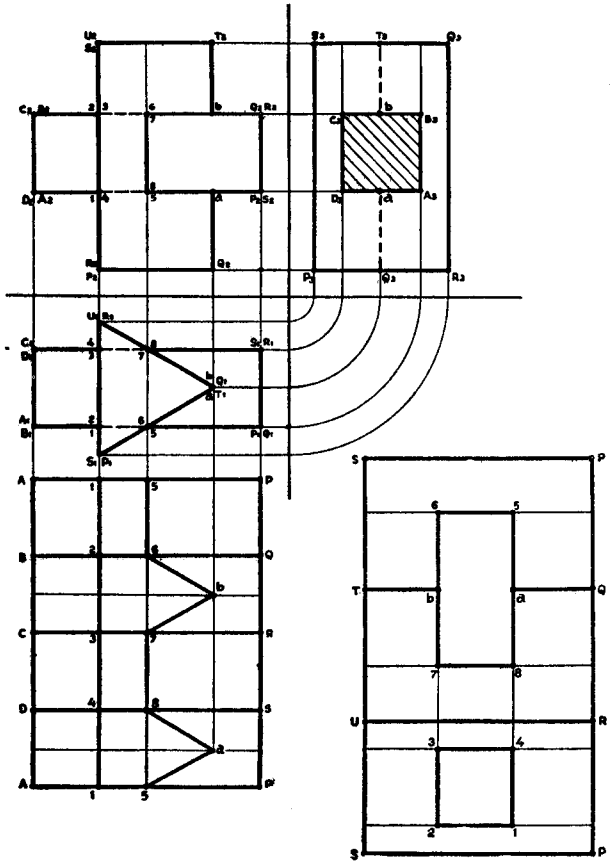
a) Cara Amerika:
   1) Ketiga proyeksinya
   2) Bentangan kulit kedua benda itu.

b) Cara Eropa:
   1) Ketiga proyeksinya
   2) Bentangan kulit dari kedua benda itu.

Jawab: a. Gambar 48
b. Gambar 49.



Gb. 48



Gb. 49

Penjelasan.

Sengaja dalam contoh terakhir ini ditanyakan gambarnya dengan dua cara supaya dapat kita lihat dengan jelas dan dapat kita bandingkan hasil proyeksinya dari kedua cara itu.

Dalam gambar terlihat, bahwa bidang alas dan tutupnya dari bentangan kedua benda itu tidak kita gambar. Diharap pembaca dan pelajar memperlengkapinya.

Soal-soal.

Kerjakan dengan cara Amerika.

1) Sebuah silinder tingginya 6 cm, jari-jari bidang alas/tutup ialah 2 cm. Letak nya sedemikian hingga bidang tutupnya sejajar bidang I dan berjarak ½ cm,

sedang jarak sumbunya terhadap bidang II ialah 3 cm dan terhadap bidang III, 9 cm. Oleh bidang W yang miring 60^{o} terhadap bidang I (menghadap ke kiri) silinder itu dipotongnya.
Bidang W ini tegak lurus bidang II dan memotong sumbu mendatar pada jarak 4½ cm di sebelah kiri salib sumbu.
Carilah: a) Ketiga proyeksinya
b) Bangun bidang irisan sebenarnya
c) Jaring-jaringnya.

2) Sebuah prisma sisi 6 beraturan tingginya 5½ cm dan panjang rusuk-rusuk alas/tutupnya = 2 cm.
Prisma ini sumbunya tegak lurus bidang I dengan bidang tutup (atas) melekat pada bidang I. Dua buah bidang sisinya sejajar bidang III.
Sumbu prisma berjarak 2½ cm dari bidang III dan 3 cm dari bidang II. Selanjutnya dengan rusuk bidang atas yang terjauh dengan bidang III dan sejajar itu menjadi sumbu pengguling, prisma digulingkan menjauhi bidang III, hingga bidang atas yang tadinya melekat pada bidang I itu membuat sudut 45^{o} dengan I.
Buatlah ketiga proyeksinya.

3) Contoh soal nomor I B A B XIV dengan diubah: perkataan „di atas bidang I" diganti dengan: „ dibawah bidang I ".
Buatlah ketiga proyeksinya.

4) Sebuah kerucut sumbunya tegak lurus bidang I, dan bidang alasnya mempunyai jarak 7 cm dari bidang I. Puncaknya berjarak 1 cm dari bidang I itu.
Adapun sumbu kerucutnya mempunyai jarak 4 cm dari bidang II dan 3 cm dari bidang III.
Kalau jari-jari bidang alas kerucutnya 2½ cm buatlah:
a) Ketiga proyeksinya
b) Jaring-jaringnya.

5) Prisma sisi 5 beraturan, sumbunya tegak lurus bidang I dan mempunyai jarak 3½ cm dari bidang II maupun III. Bidang sisinya terdekat dengan bidang III, sejajar dengan bidang II itu. Kalau jari-jari bidang alas/tutup dari prisma itu 2½ cm dan bidang tutupnya ½ cm di bawah bidang I, carilah:
a) Ketiga proyeksinya
b) Jaring-jaringnya.
Diketahui pula tinggi prisma = 6 cm.

6) Sebuah silinder berbaring, dengan sumbunya sejajar bidang I dan II. Terhadap bidang I sumbu tersebut berjarak 4 cm dan terhadap bidang II berjarak 4½ cm. Bidang tutup yang terdekat dengan bidang II berjarak 1 cm. Kalau panjang silinder itu 6 cm, buatlah:
a) Ketiga proyeksinya
b) Jaring-jaringnya.

7) Kerjakanlah dengan cara Amerika ini, contoh soal no. I B A B XI. Ukuran-ukuran dan jarak-jaraknya sama seperti ketentuan soal tersebut, hanya ditegaskan bidang alas limas melekat pada bidang I.

8) Kerjakan pula contoh no. 2, hanya perkataan: „digulingkan ke muka" diganti dengan: "digulingkan ke belakang"

Soal-soal Ulangan. (Cara Amerika)

1) Sebuah limas sisi tiga beraturan alasnya sejajar bidang I dan berjarak ½ cm Puncaknya berjarak 6½ cm dari bidang I.
Jari-jari lingkaran luar bidang alas itu 2½ cm. Sumbu limas terletak pada jarak 3 cm dari bidang II dan 4 cm dari bidang III. Rusuk-rusuk alasnya tak sejajar bidang proyeksi.
Kemudian limas dipotong oleh bidang V, yang tegak lurus bidang II dan membuat sudut 45^{o} dengan I menghadap ke kanan. Letaknya bidang V itu sedemikian, hingga limas tersebut terpotong sempurna.
Buatlah: a) Proyeksi I dan II
b) Bidang irisan sebenarnya.

2) Sebuah kerucut, bidang alasnya berjari-jari 2½ cm, tingginya 6 cm Puncaknya mempunyai jarak 1 cm dari bidang I. Sumbu kerucut tersebut ada pada jarak 3 cm dari bidang II dan 4 cm dari bidang III.
Kerucut dipotong oleh bidang W, yang tegak lurus bidang II, dan miring 60^{o} terhadap I, sudutnya menghadap ke kanan. Letaknya bidang pemotong ini sedemikian, hingga kerucutnya terpotong sempurna.
Buatlah: a) Proyeksi I dan II
b) Jaring-jaring kulit kerucut sesudah dipotong.

3) Sebuah prisma (balok siku) sisi 3 beraturan, bidang alasnya A B C dan bidang atasnya P Q R, tingginya 5½ cm, panjang rusuk-rusuk alas-tutupnya ialah 3½ cm Bidang atas P Q R sejajar bidang I dan berjarak ½ cm. Titik P, ada pada jarak ½ cm dari I, 1 cm dari II dan 5 cm dari III, sedang rusuk atas P Q membuat sudut 20^{o} terhadap II.
Kemudian prisma tersebut dipotong oleh bidang W yang tegak lurus bidang II dan membuat sudut 45^{o} terhadap bidang I. Letaknya bidang pemotong W, sedemikian, hingga prisma tersebut terpotong sempurna.
Buatlah: a) proyeksi I dan II.
b) Bangun bidang irisan sebenarnya.

PERPUSTAKAAN WILAYAH DEPDIKBUD
II. Walikota Mustajab 68